

音響工学

千葉大学工学部

電子機械工学科

橋本研也

k.hashimoto@ieee.org

<http://www.em.eng.chiba-u.jp/~ken>

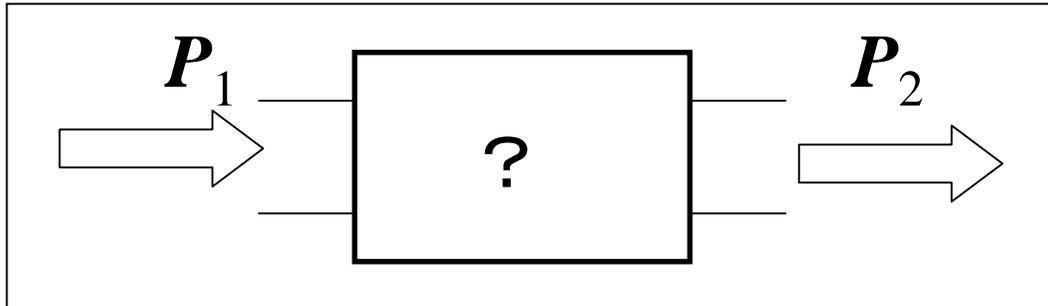
物理現象は全て波動？

- 音響波（音波、超音波、・・・）
- 電磁波（電波、赤外線、光、・・・）
- 量子力学（光は粒子!?!、電子は波動!?!、etc.）
- 重力波!?!

振る舞いは皆同じ

- 波長よりも非常に小さい物体は無いのと同じ
- 波長よりも非常に大きな物体は無限に大きい
のと同じ

デシベルとは？



情報は電力比 P_1/P_2 によって伝送

1. 二つの信号間の電力比： $10\log_{10}(P_1/P_2)$

回路のインピーダンスが等しいとすれば：

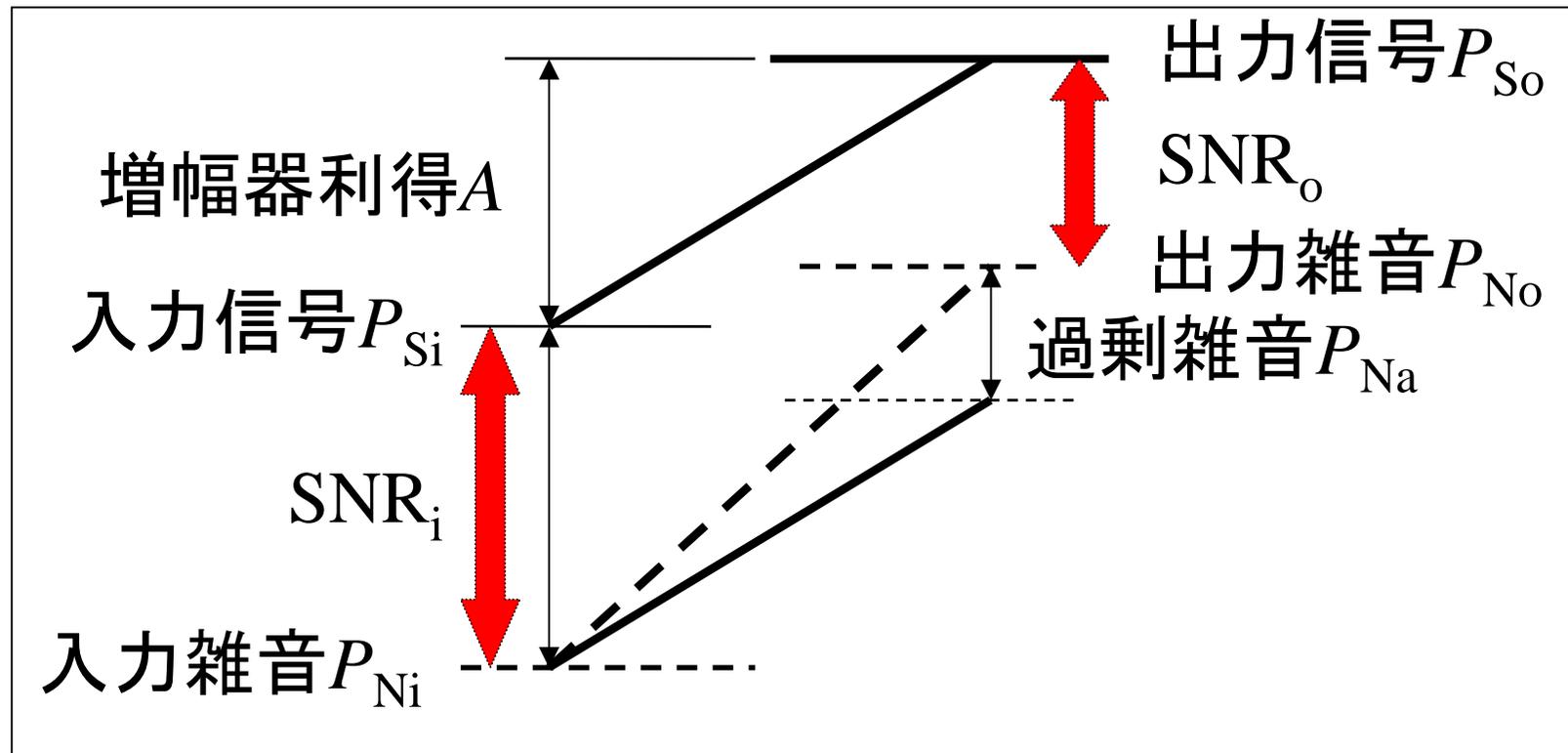
$$P=V^2/R \Rightarrow 20\log_{10}|V_1/V_2|$$

2. P_2 を1mWや1 μ Wと選べば、電力の単位

$$0\text{dBm}=30\text{dB}\mu=1\text{mW}、0\text{dB}\mu=-30\text{dBm}=1\mu\text{W}$$

3. P_2 を最小可聴電力と選べば、音響電力の単位

信号雑音比(SNR)



$$\left. \begin{aligned} P_{So} &= P_{Si} + A \text{ [dBm]} \\ P_{No} &= P_{Ni} + A + P_{Na} \text{ [dBm]} \end{aligned} \right\} SNR_o = SNR_i - P_{Na} \text{ [dB]}$$

- 120dB: 飛行機のエンジンの近く
- 110dB: 自動車の警笛 前方2m
- 100dB: 電車が通る時のガード下
- 90dB: 大声・犬の鳴き声
- 80dB: 地下鉄の車内・ピアノの音
- 70dB: 電話のベル、うるさい街頭
- 60dB: 普通の会話・チャイム
- 50dB: 静かな事務所、エアコンの室外機
- 0dB: 20 μ Pa (可聴最小音圧)

耳の感度特性

小音量で低音が聞き辛い

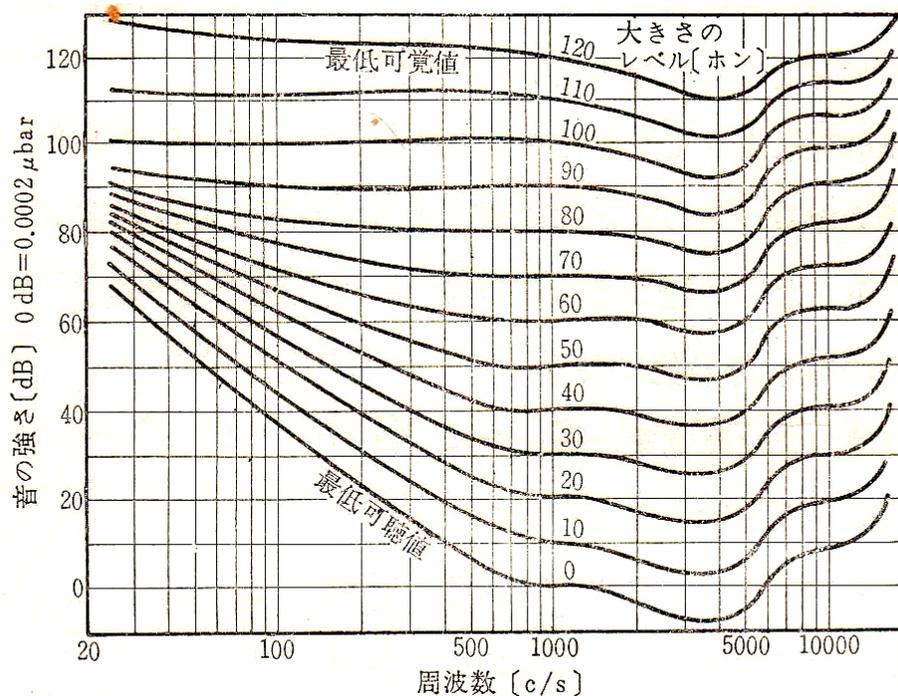


図 2.5 等ラウドネス曲線 (Fletcher および Manson による)

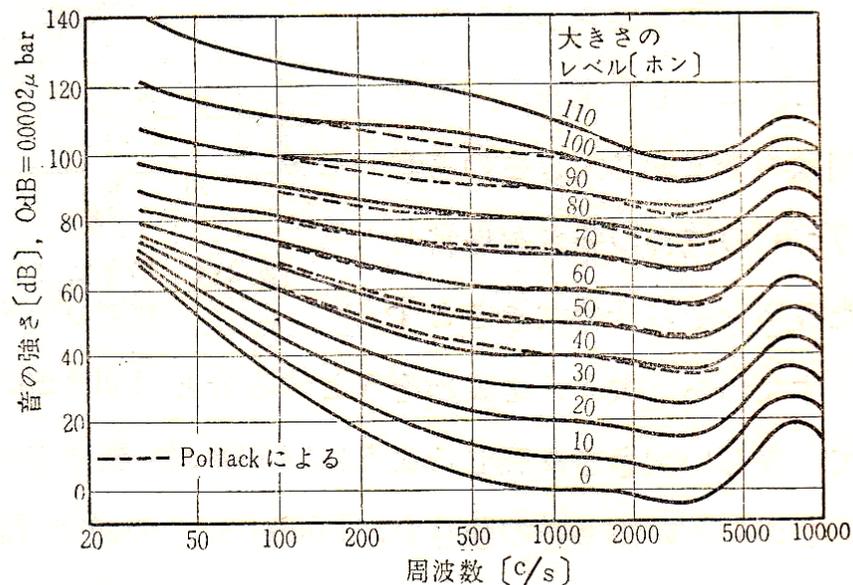
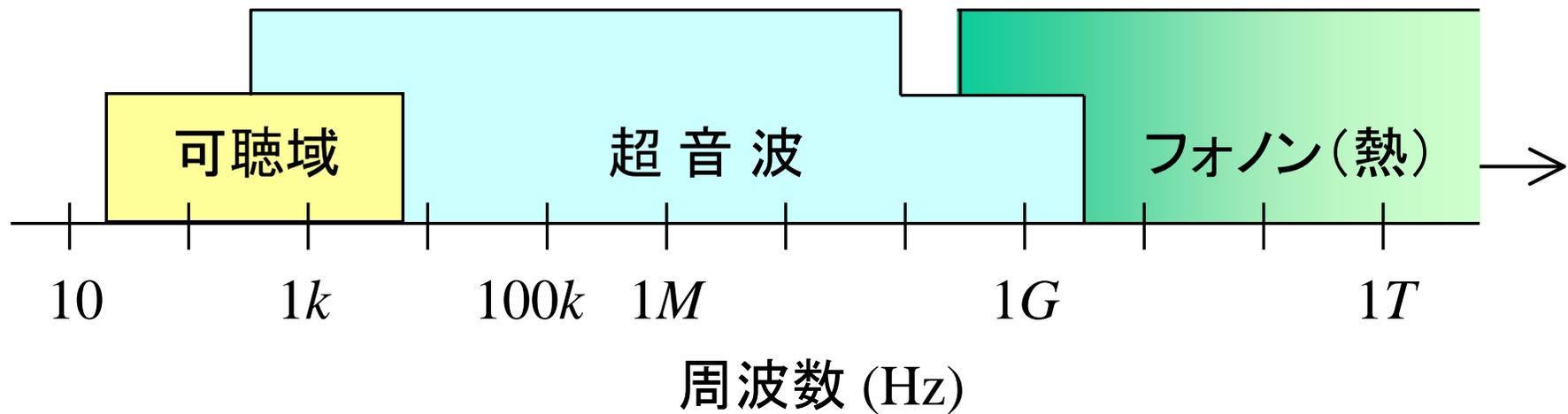


図 2.6 等ラウドネス曲線 (Churcher および King による)

周波数による音波の分別



$$k=10^3、M=10^6、G=10^9、T=10^{12}$$

超音波: 人間の耳に聞こえないほど、周波数の高い音

A(ラ): 440 Hz

•1オクターブ: 周波数倍

平均律音階(比率が一定)

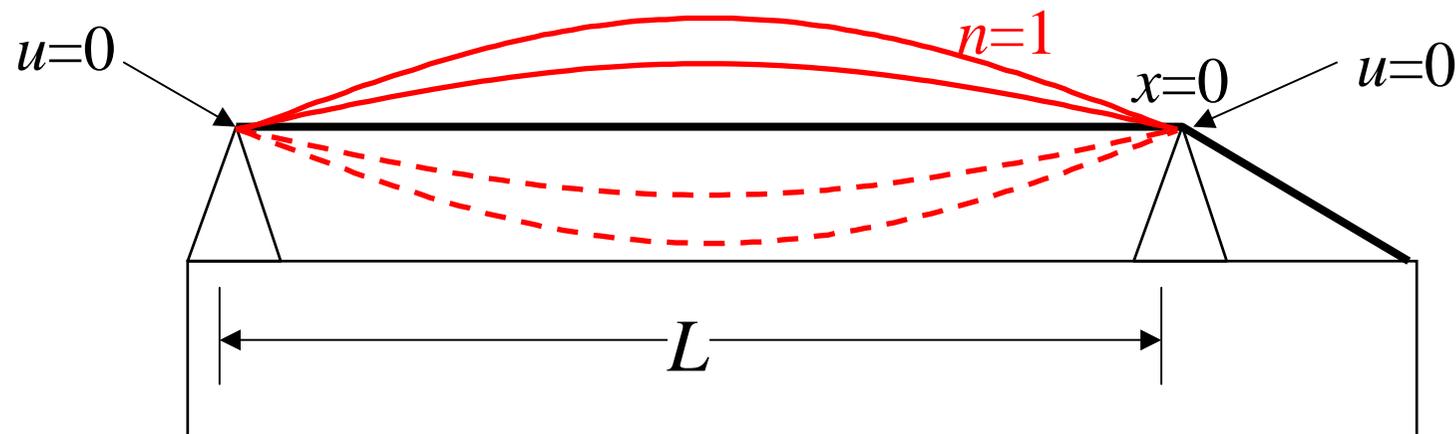
	ド	レ	ミ	ファ	ソ	ラ	シ	ド
基音(ド)に対する比	1 (1.000)	$2^{2/12}$ (1.122)	$2^{4/12}$ (1.260)	$2^{5/12}$ (1.335)	$2^{7/12}$ (1.498)	$2^{9/12}$ (1.682)	$2^{11/12}$ (1.888)	2 (2.000)
直下の音に対する比		$2^{2/12}$ (1.122)	$2^{2/12}$ (1.122)	$2^{2/12}$ (1.122)	$2^{2/12}$ (1.122)	$2^{2/12}$ (1.122)	$2^{2/12}$ (1.122)	$2^{2/12}$ (1.122)

純正律音階(整数比、ドミソの比が4:5:6)

	ド	レ	ミ	ファ	ソ	ラ	シ	ド
基音(ド)に対する比	1 (1.000)	$9/8$ (1.125)	$5/4$ (1.250)	$4/3$ (1.333)	$3/2$ (1.500)	$5/3$ (1.667)	$15/8$ (1.875)	2 (2.000)
直下の音に対する比		$9/8$ (1.125)	$10/9$ (1.111)	$16/15$ (1.067)	$9/8$ (1.125)	$10/9$ (1.111)	$9/8$ (1.125)	$16/15$ (1.067)

共鳴とは？

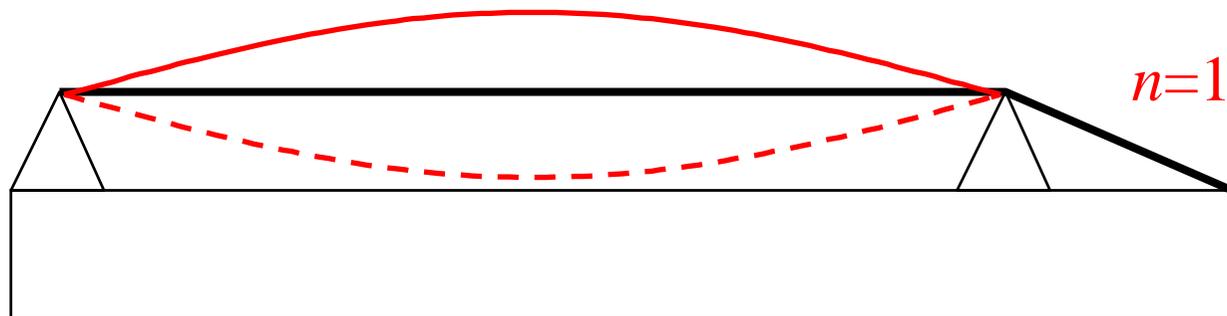
$L=n\lambda/2$ ($f=nV/2L$) の時、共振



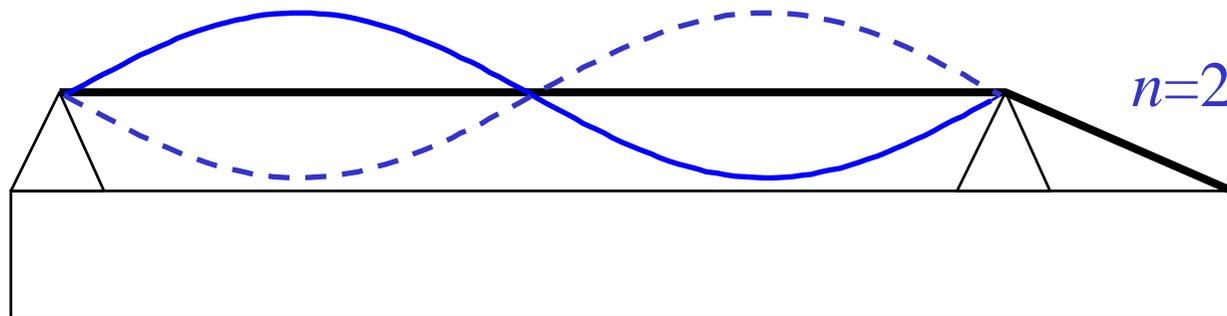
弦上を左右に伝播する波の和

$$\begin{aligned} u &= u_0 [\cos\{2\pi f(t - x/V)\} - \cos\{2\pi f(t + x/V)\}] \\ &= 2u_0 \sin(2\pi ft) \sin(2\pi x/\lambda) \end{aligned}$$

高調波(ハーモニクス)とは？

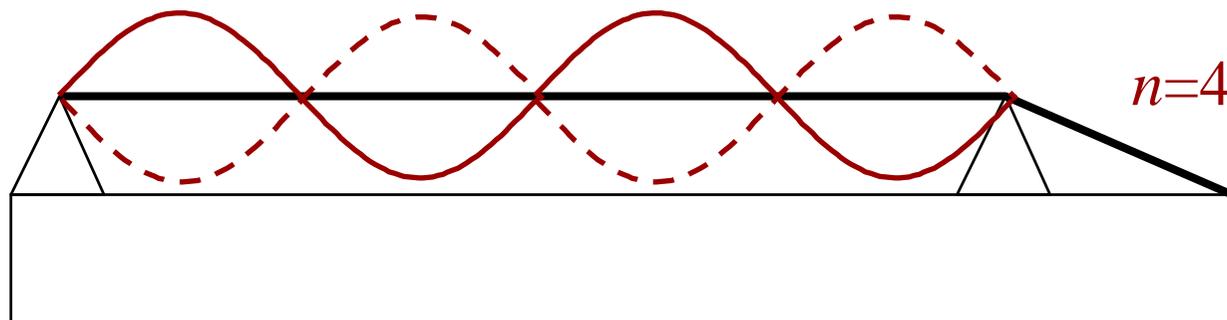


$n=1$



$n=2$

1オクターブ上



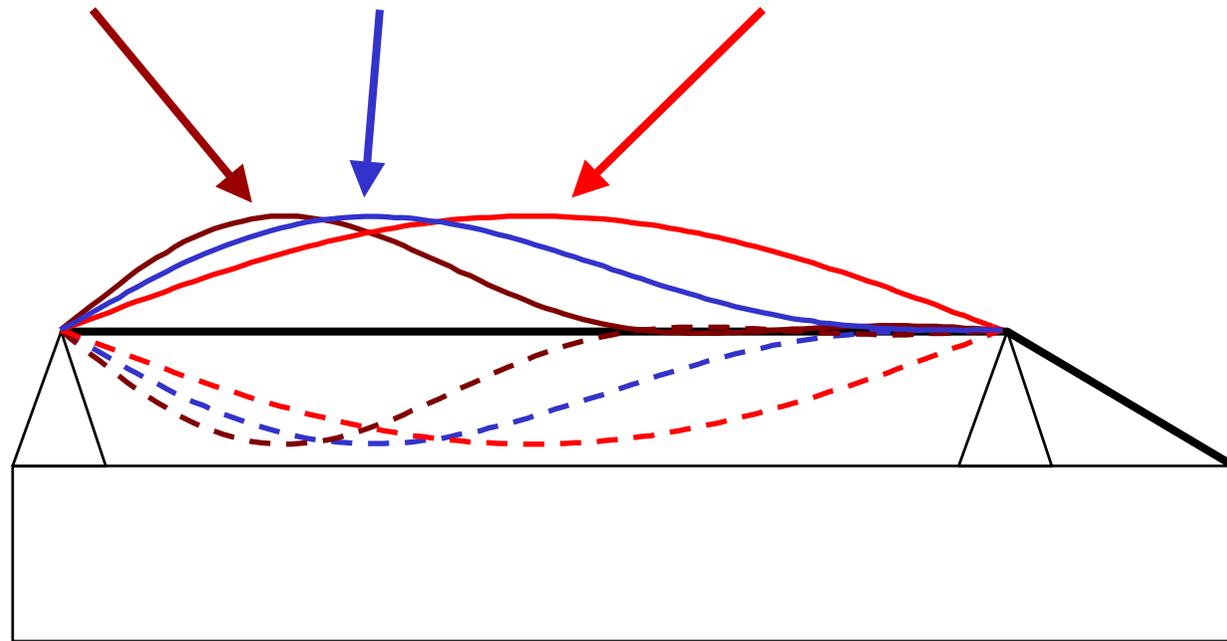
$n=4$

2オクターブ上

$n=3, 5, 6, 7, \dots$ は？

音色とは？

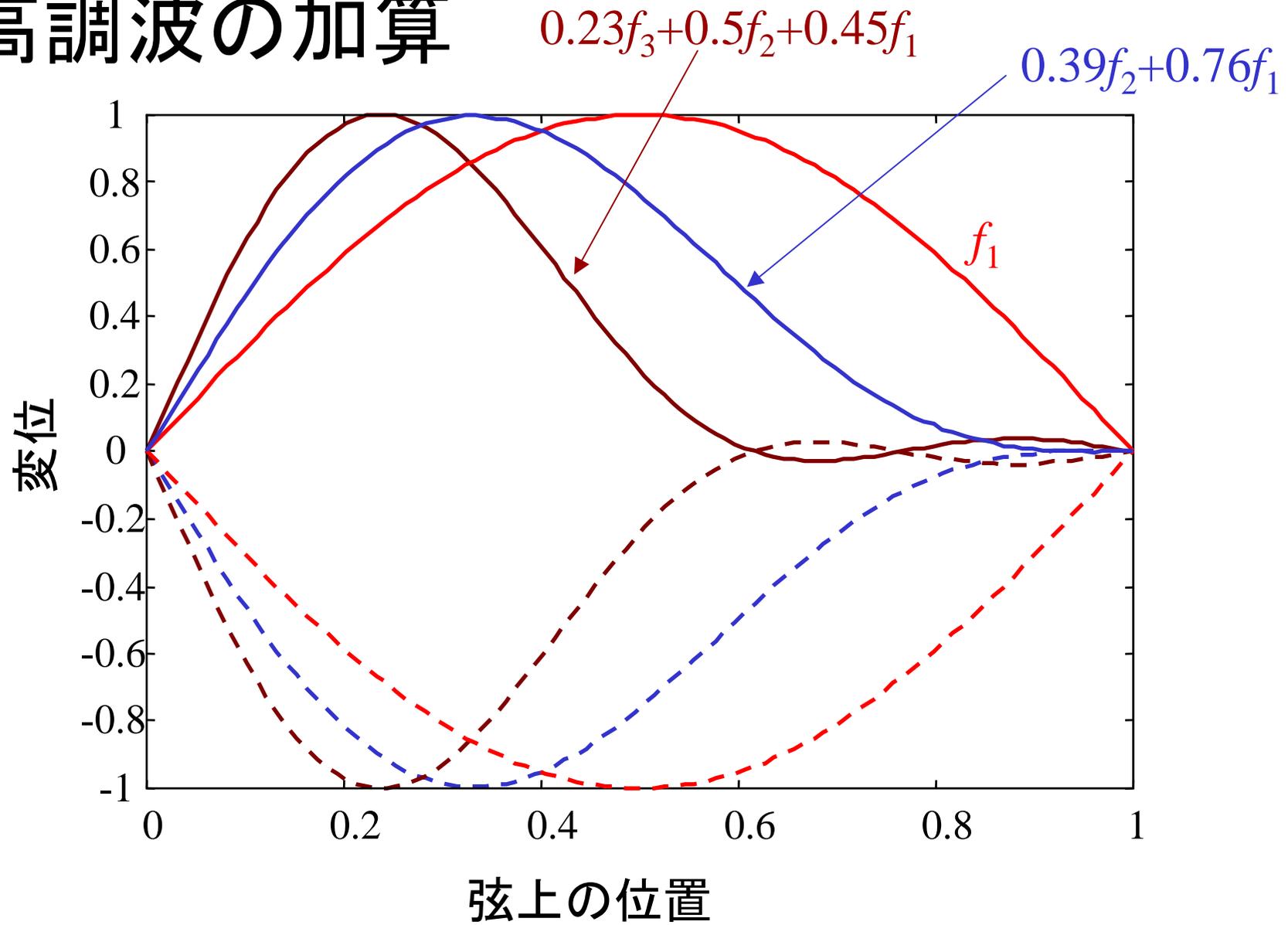
端付近を弾いた場合は？ $L/4$ 付近を弾いた場合は？ 中央付近を弾いた場合は？



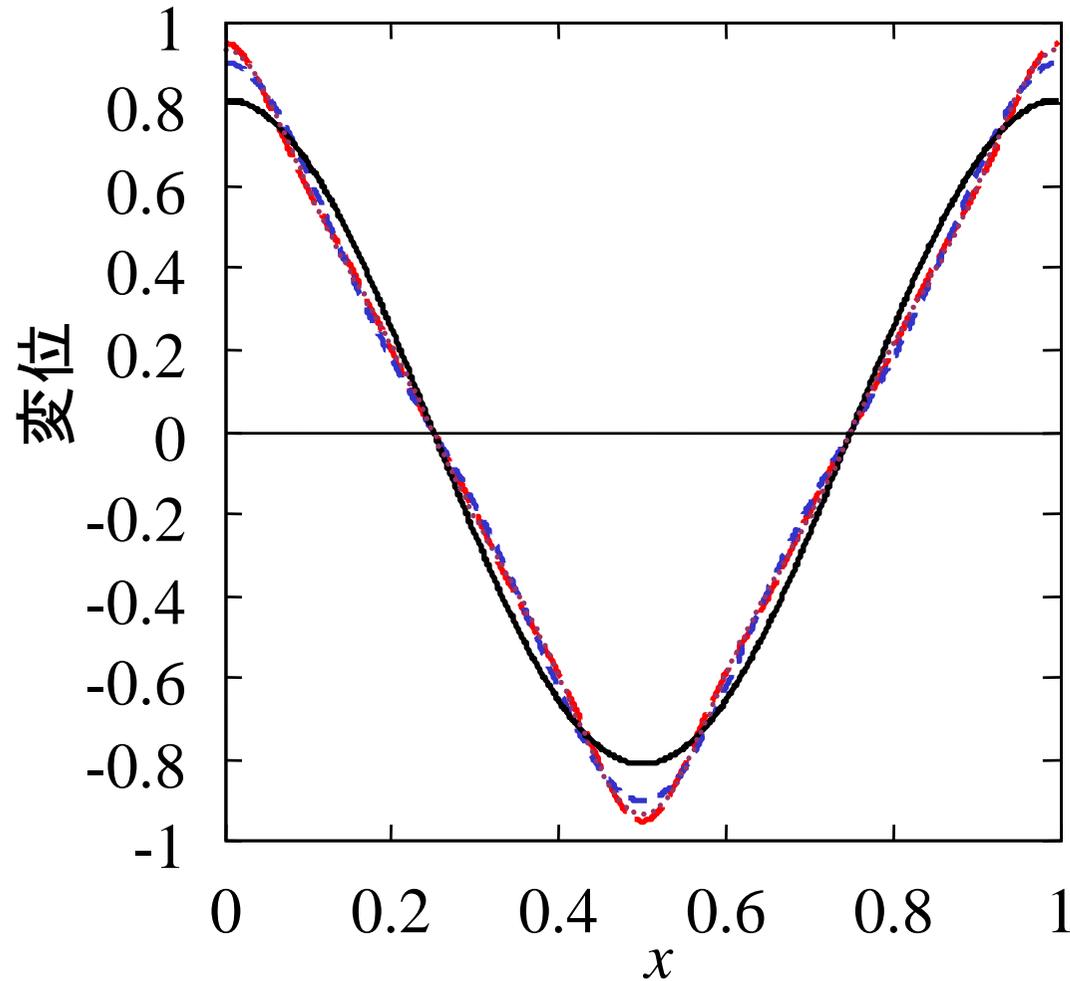
高調波の割合の差

- 硬い音、キンキンした音：高調波多
- 柔らかい音、甘い音：高調波少

高調波の加算



正弦波の和による三角波の表現



どのような波形も正弦波の和で表現できる！

フーリエ級数展開

周期 T の周期関数 $e(t)$ は正弦波の集合として表現可能

$$e(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_n \exp(j\omega_n t)$$

ここで、 $\omega_n = 2n\pi/T$

E_n :各周波数成分の大きさ(スペクトル、スペクトラム)

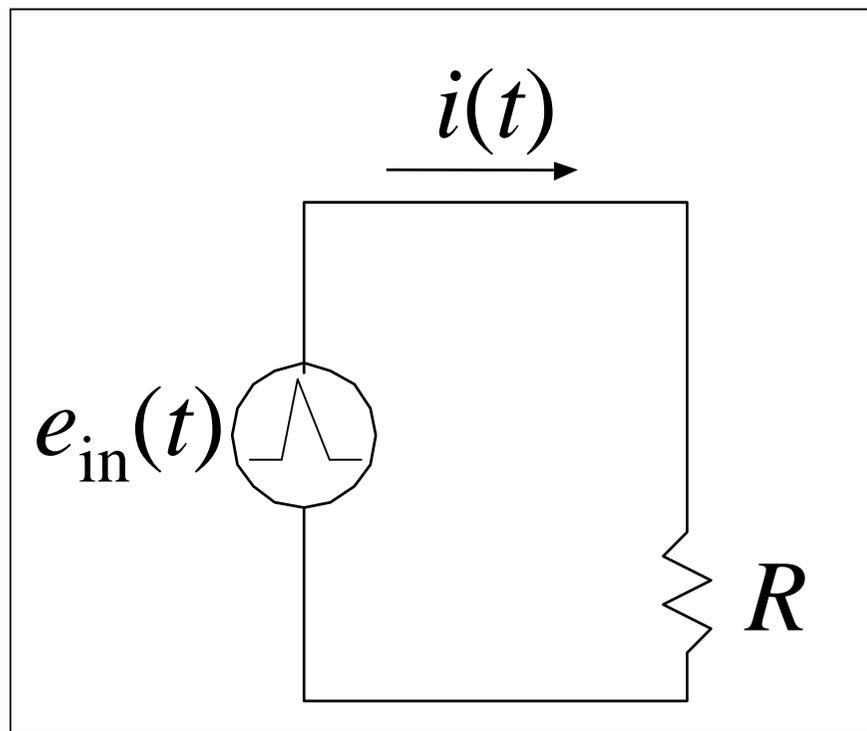
両辺に $\exp(-j\omega_m t)$ を乗じて、 $t=[0, T]$ の範囲で積分すると

$$\int_{-T/2}^{+T/2} e(t) \exp(-j\omega_m t) dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_n \int_{-T/2}^{+T/2} \exp(j\omega_{n-m} t) dt$$

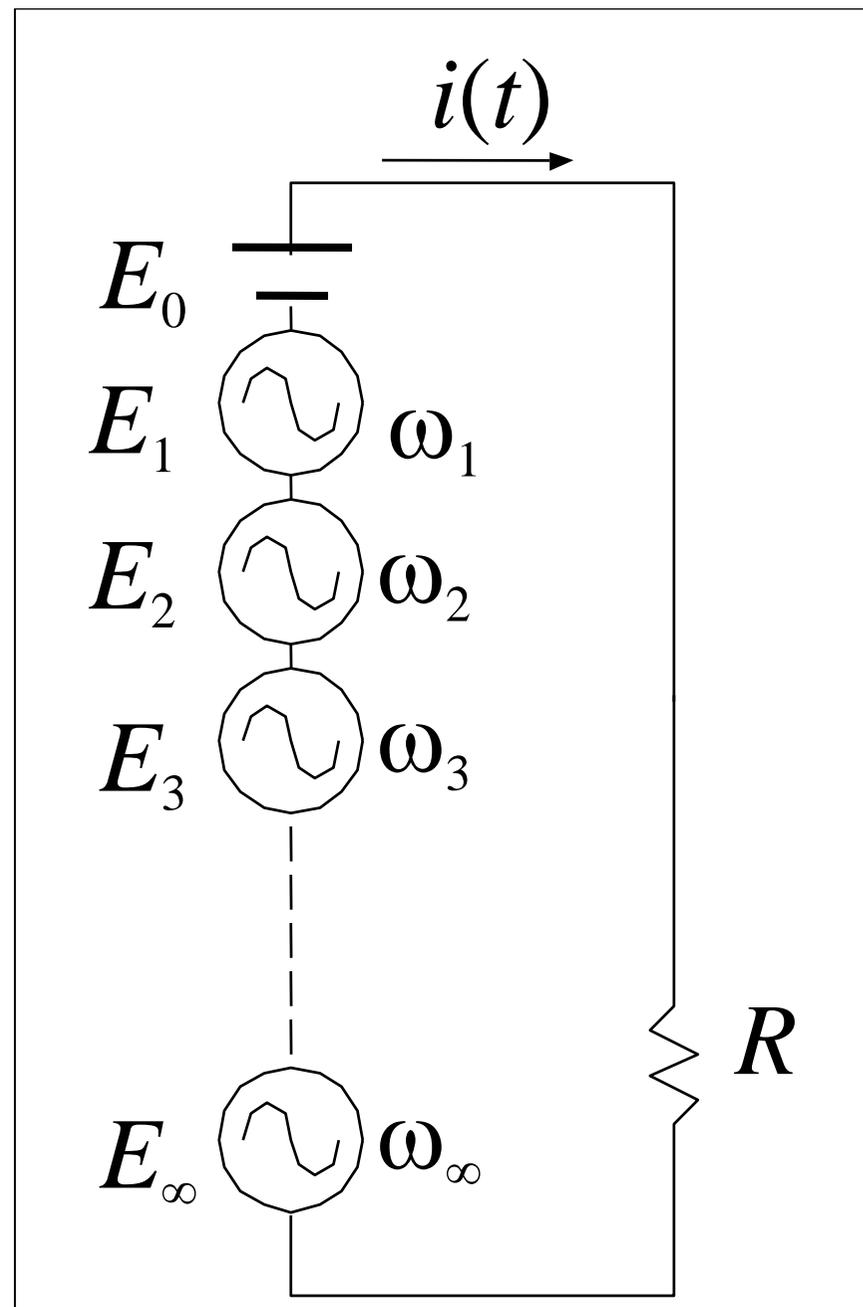
$$= T \delta_{mn}$$

$$E_m = T^{-1} \int_{-T/2}^{+T/2} s(t) \exp(-j\omega_m t) dt$$

正弦波の集合による表現とは？



(a) 時間的に変動する
信号源



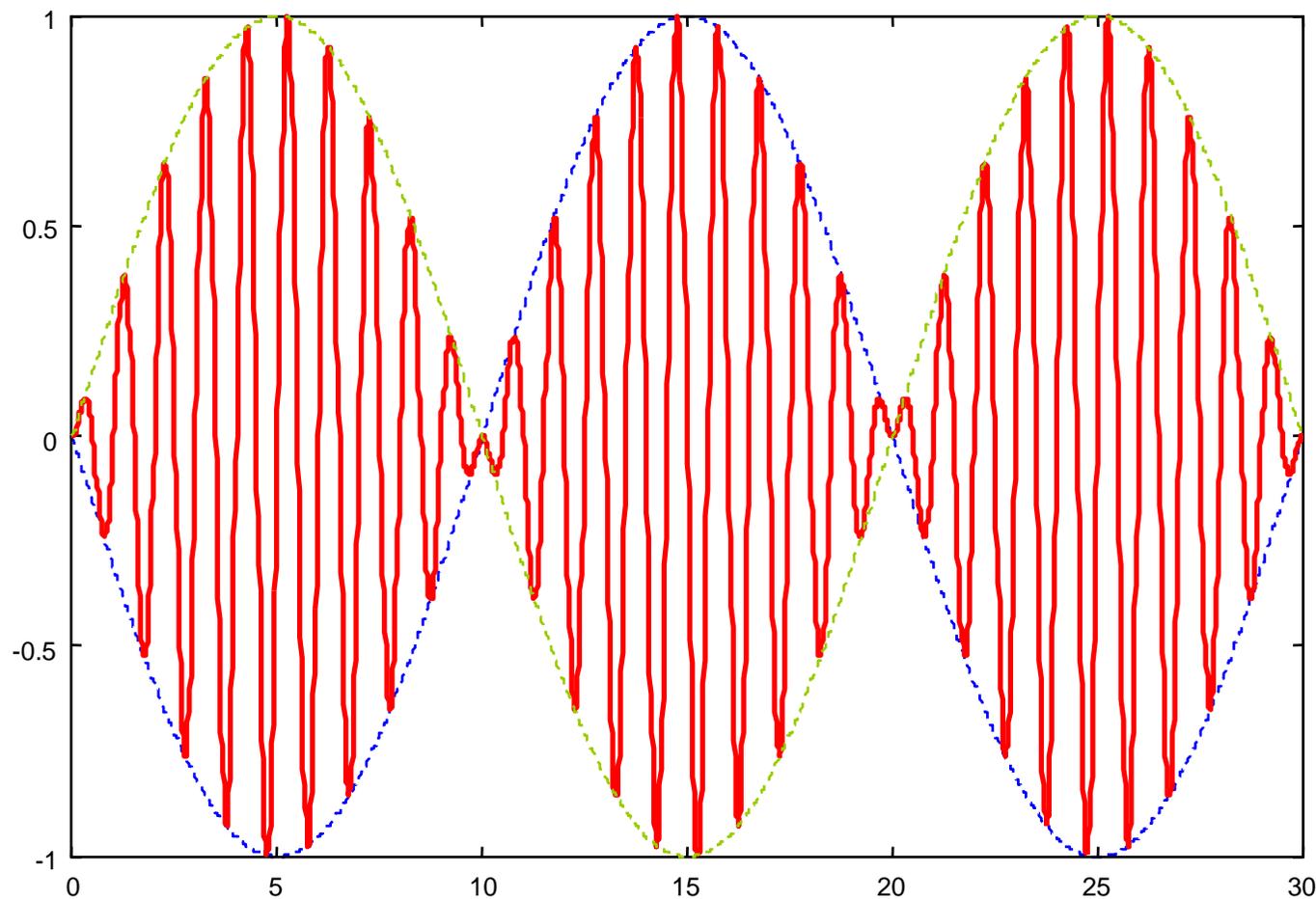
(b) フーリエ級数による表現

うなり

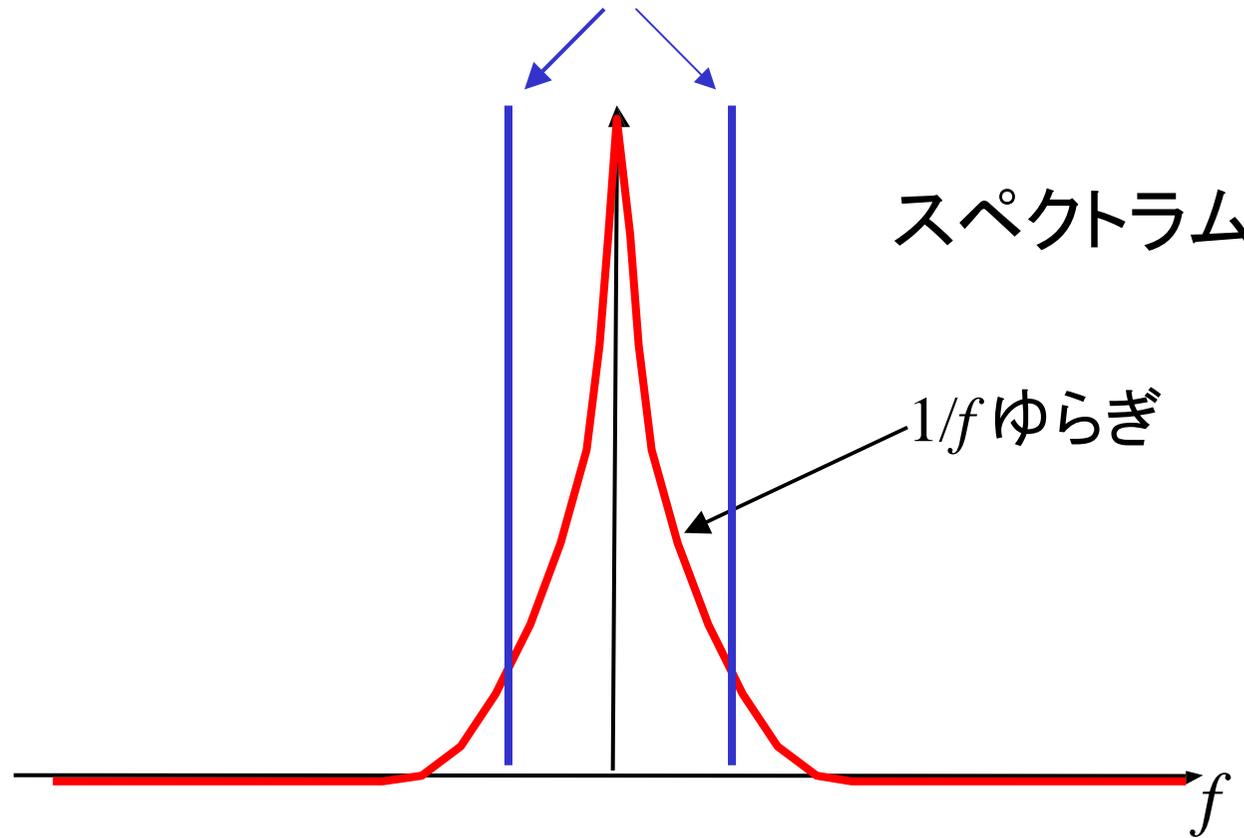
$$u = u_0 \cos(2\pi f_1 t) + u_0 \cos(2\pi f_2 t)$$
$$= 2u_0 \cos\{\pi(f_1 - f_2)t\} \cos\{\pi(f_1 + f_2)t\}$$

↑
振幅の変動

↑
振幅の変動



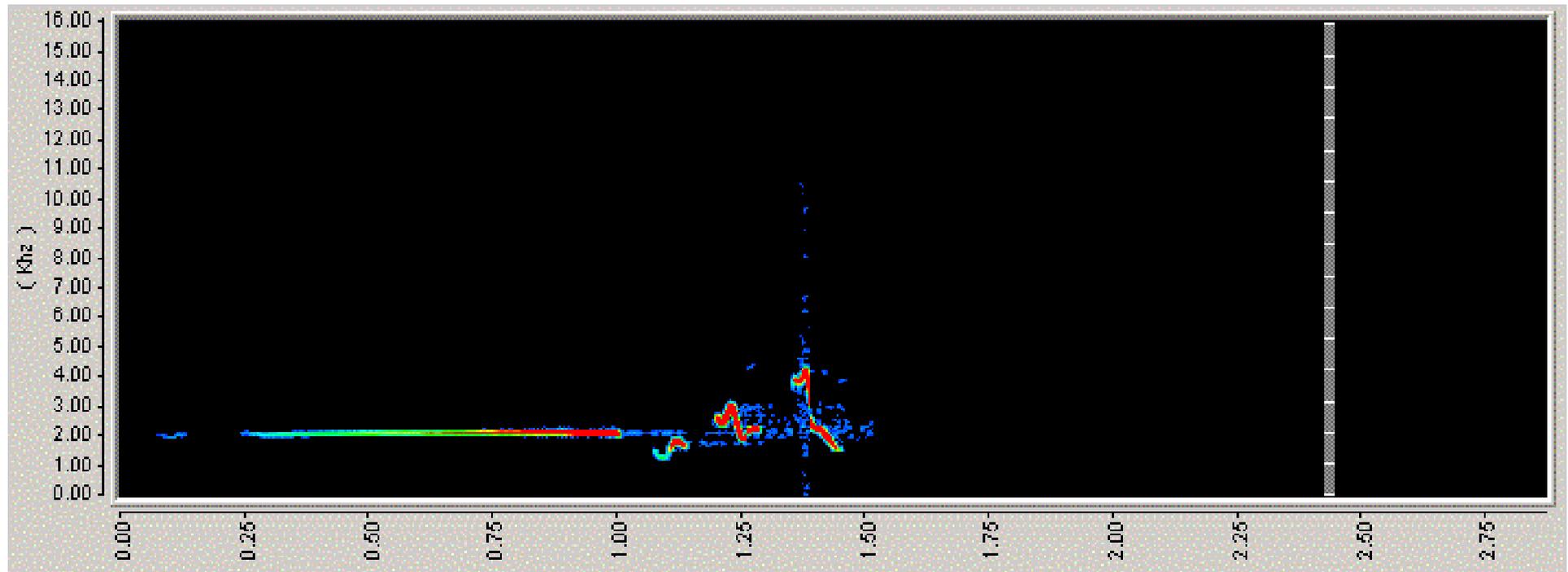
うなりのスペクトラム(気持ち悪い)



振動周期の微妙な揺ぎ=ビブラート
(気持ち良い)

時間と周波数の関係は？

時間枠に分けて各時間帯での周波数成分を求めると
⇒ スペクトログラム



ウグイスの鳴き声のスペクトログラム

注：時間分解能 δt と周波数分解能 δf の積は $1/4\pi$ 以上
⇒ 不確定性原理

フーリエ変換と逆変換

$$E(\omega) = \mathcal{F}[e(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t) \exp(-j\omega t) dt$$

$$e(t) = \mathcal{F}^{-1}[E(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) \exp(+j\omega t) d\omega$$

もしくは $\omega=2\pi f$ とおくと

$$E(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t) \exp(-2\pi jft) dt$$

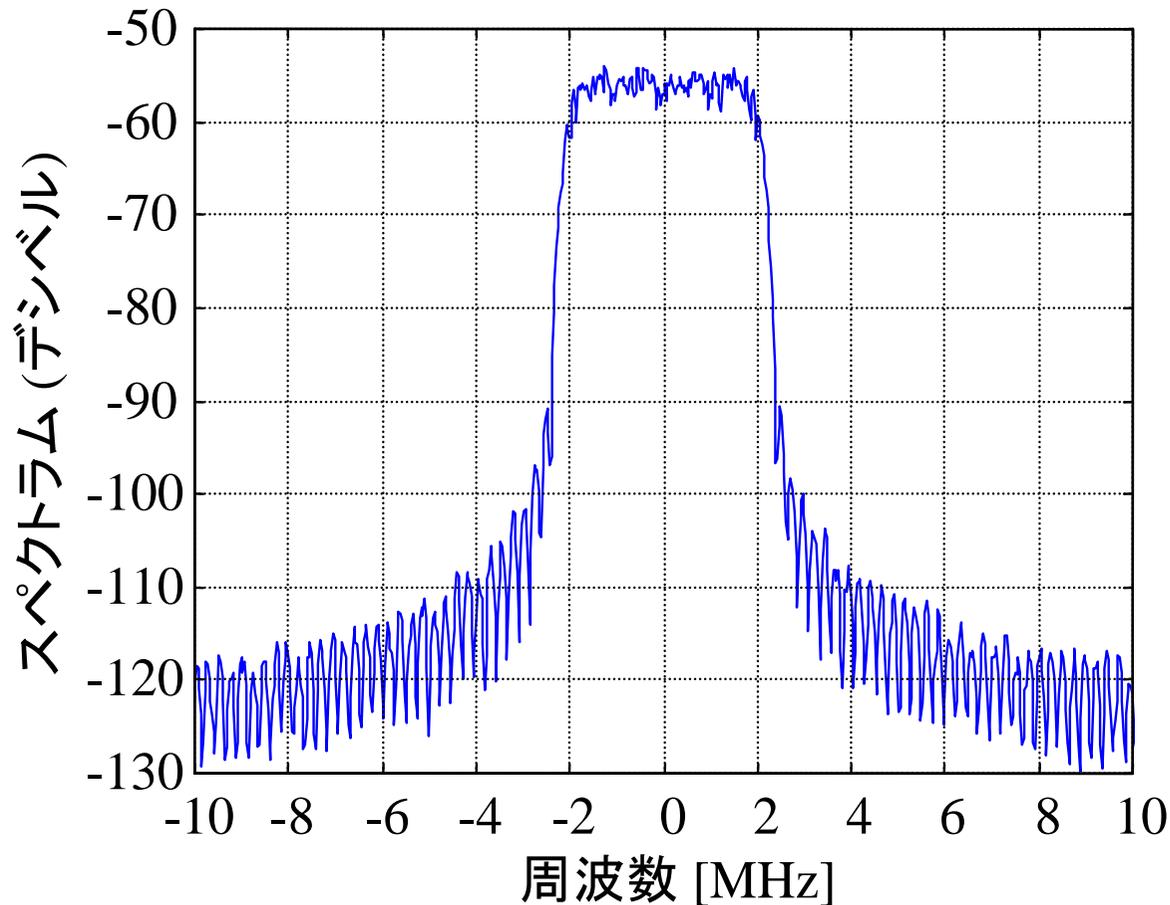
$$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(f) \exp(+2\pi jft) df$$

$E(\omega)$: 周波数成分の大きさ(スペクトル、スペクトラム)

スペクトラムとは？

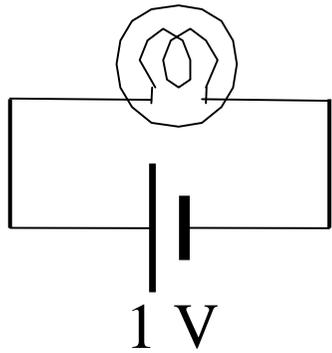
光の場合プリズムで
見えるもの

正弦波に分解した時の各周波数成分の大きさ

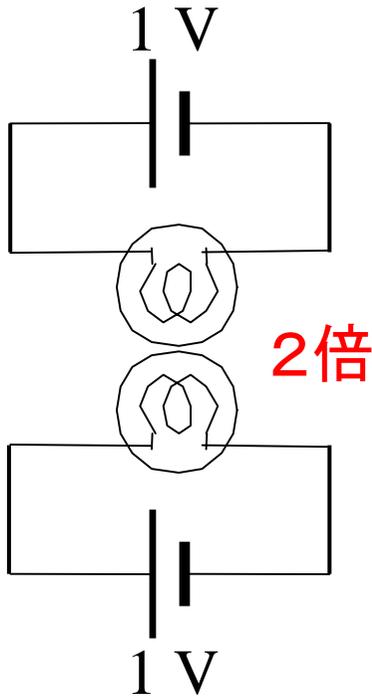


携帯電話からの
出力信号の例

全体の明るさは(a)の何倍？

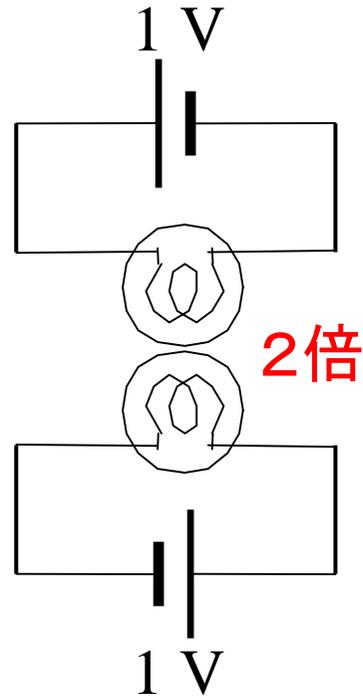


(a) 電池1個、
電球1個



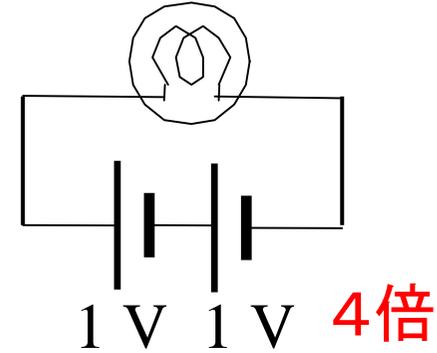
(b) 電池2個、
電球2個

2倍



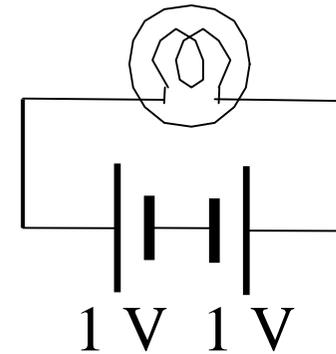
(c) 電池2個、
電球2個

2倍



(d) 電池1個、
電球1個

4倍



(e) 電池1個、
電球1個₂₁

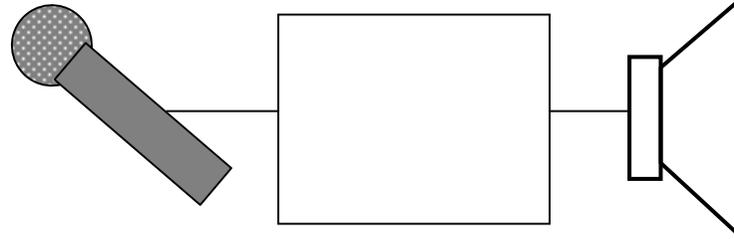
0倍

- 電池からの電流が互いに類似(相関有り)
- 電球の光が類似性無し(相関無し)

干渉性の有る光: レーザ

干渉性(相関)が無いと

カラオケでAさんとBさんが2人で一緒に歌ったら？



Aさんが単独に歌った時の出力

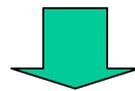


+

Bさんが単独に歌った時の出力

熱(白色)雑音: どの信号とも(自分自身とも)相関無

自分自身との相関 \propto スペクトラムの幅



雑音のスペクトラムは全ての周波数にわたって平坦

周波数資源を有効に利用すると雑音の様に聞こえる
(例): Faxの通信音

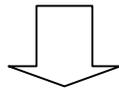
相関関数 $C_{mn}(\tau)$

$$C_{mn}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_m(t) f_n(t - \tau) dt$$

$f_m(t) = f_n(t)$ の時 \Rightarrow 自己相関関数

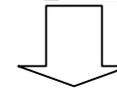
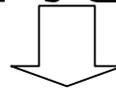
$f_m(t) \neq f_n(t)$ の時 \Rightarrow 相互相関関数

2信号を同時に加えた時の仕事



$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f_m(t) + f_n(t - \tau)]^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f_m^2(t) dt + \int_{-\infty}^{+\infty} f_n^2(t) dt$$

2信号を別個に加えた時の仕事



$$+ 2 \int_{-\infty}^{+\infty} f_m(t) f_n(t - \tau) dt$$



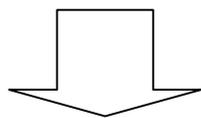
2信号の干渉による仕事 ²³

Wiener-Khintchineの定理

$$\begin{aligned} C_{mm}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_m(\omega) F_n(-\omega) \exp(+j\omega\tau) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_m(\omega) F_n(\omega)^* \exp(+j\omega\tau) d\omega \end{aligned}$$

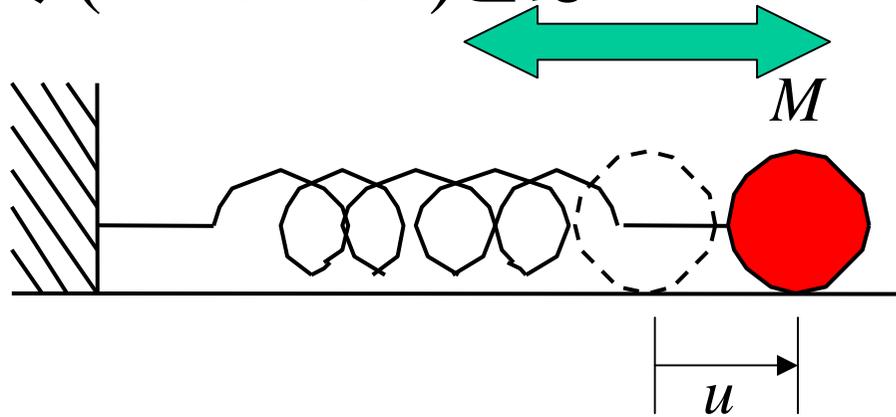
相関信号のフーリエ変換はエネルギーースペクトラム

$$W(\omega) = F_m(\omega) F_n(\omega)^*$$

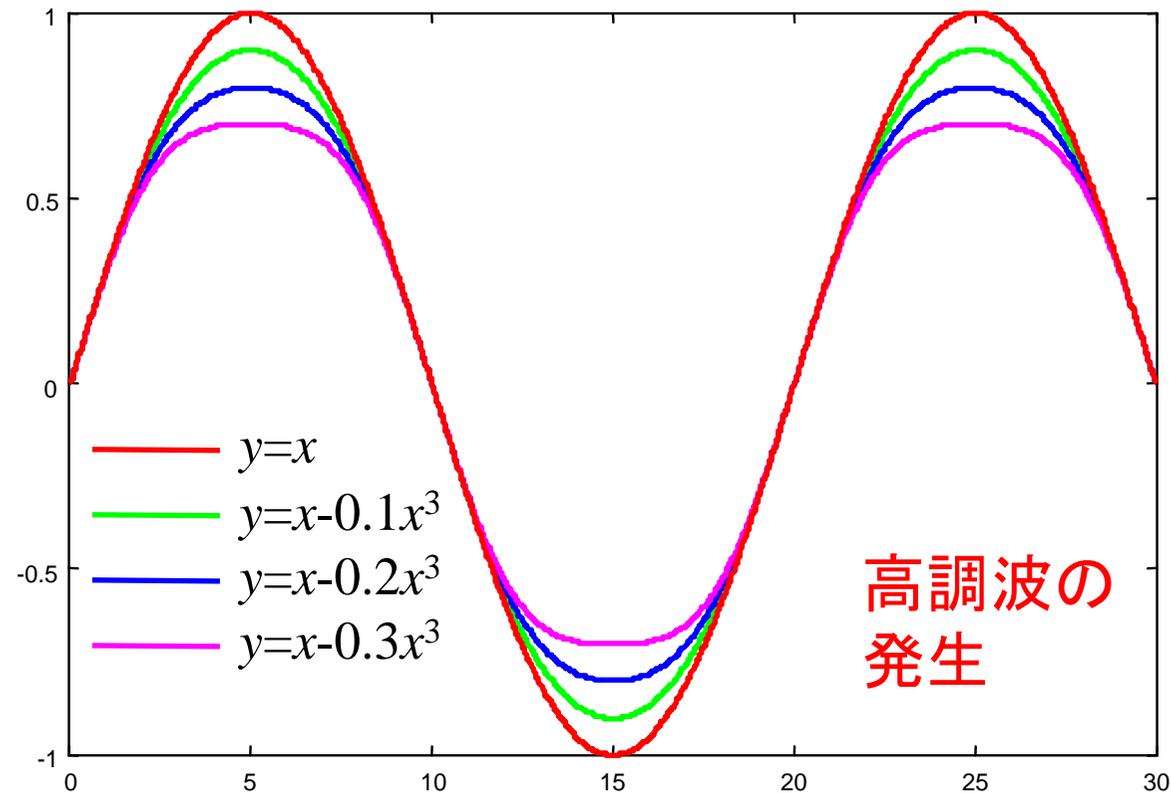


$$W(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_m(t) \exp(-j\omega t) dt \int_{-\infty}^{+\infty} f_n(t) \exp(+j\omega t) dt$$

歪み(distortion)とは？



大きな振幅により、ばねがフックの法則から外れたら？



入出力の関係が $y = x^2$ で与えられるものに

$x = u_1 \cos(2\pi f_1 t) + u_2 \cos(2\pi f_2 t)$ を入力すれば

$$y = u_1^2 \cos^2(2\pi f_1 t) + u_2^2 \cos^2(2\pi f_2 t) + 2u_1 u_2 \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t)$$

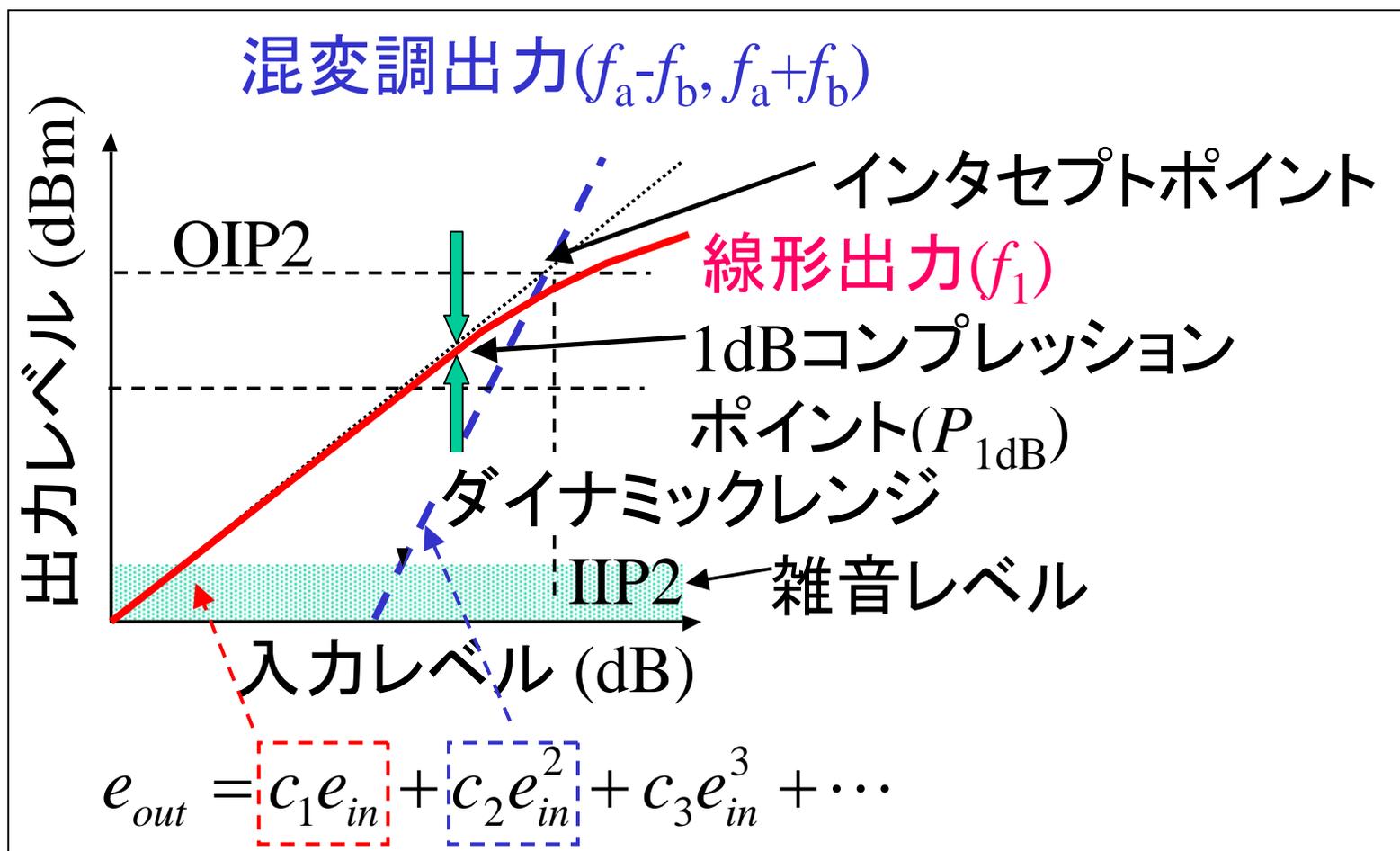
$$= \frac{u_1^2}{2} [1 + \cos(4\pi f_1 t)] + \frac{u_2^2}{2} [1 + \cos(4\pi f_2 t)]$$

$$+ u_1 u_2 [\cos\{2\pi(f_1 + f_2)t\} + \cos\{2\pi(f_1 - f_2)t\}]$$

倍の周波数発生
(キンキンした音)

和と差の周波数発生
(楽器の混じった音)

歪みによる混変調の発生



- 増幅器の飽和
- 出力による電源電圧の変動

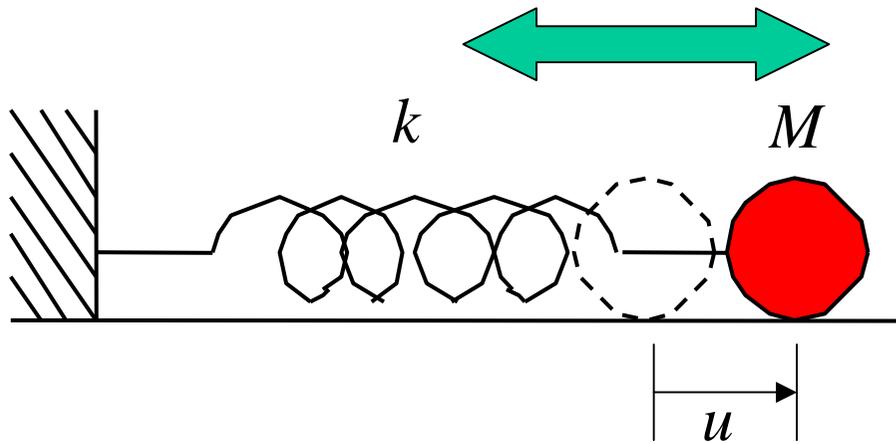
忠実度

- 原音が如何に忠実に再現されているか？
- 周波数応答、信号雑音比(SNR)、非線形性等

明瞭度

- 送った言葉がどれだけ正確に伝えられるか？

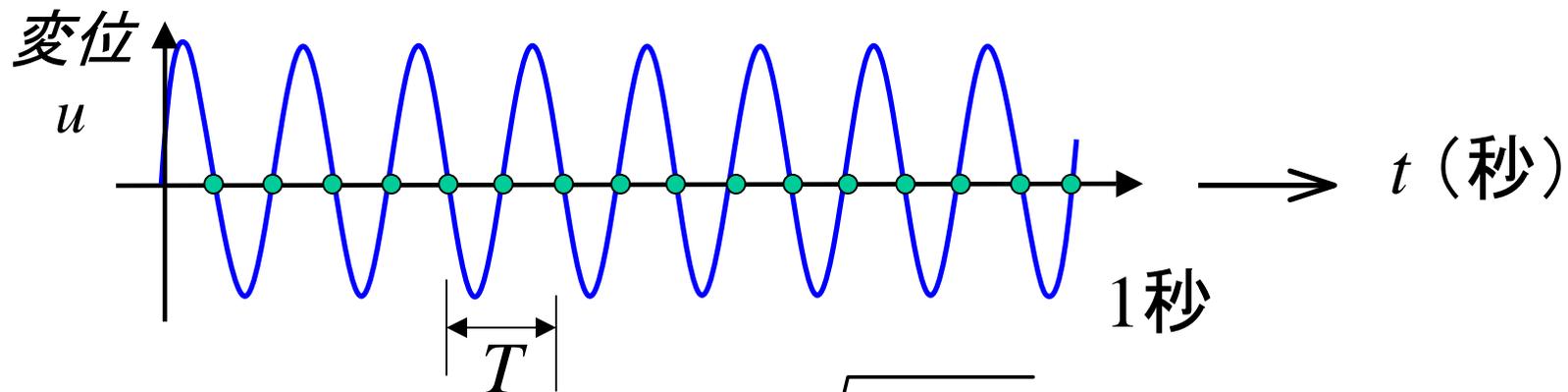
明瞭度が良いから忠実度が良いとは限らない！



単振動

$$u = u_0 \cos(2\pi t / T)$$

周期 T (秒): 一周に必要な時間



理論的には

$$T = \sqrt{M / k}$$

周波数 f (Hz): 1秒間に何回振動するか $f = 1 / T_{29}$

(参考)

運動方程式

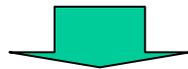
$$M \frac{d^2 u}{dt^2} + ku = 0$$

慣性

弾性

変形すると $M \left(\frac{d}{dt} + jT^{-1} \right) \left(\frac{d}{dt} - jT^{-1} \right) u = 0$

ここで $T = \sqrt{M / k}$

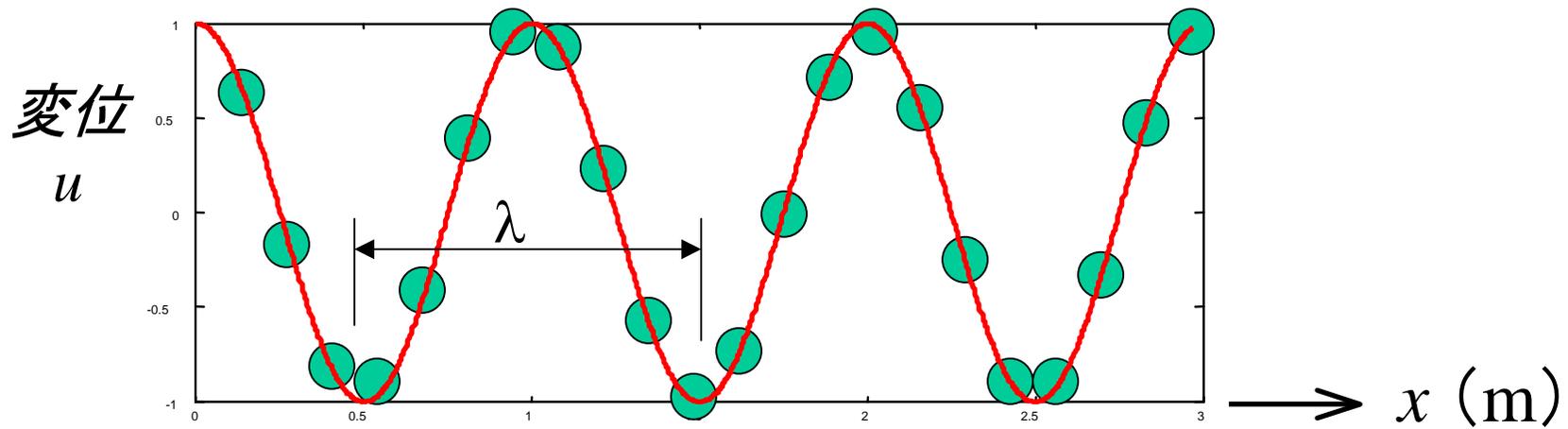
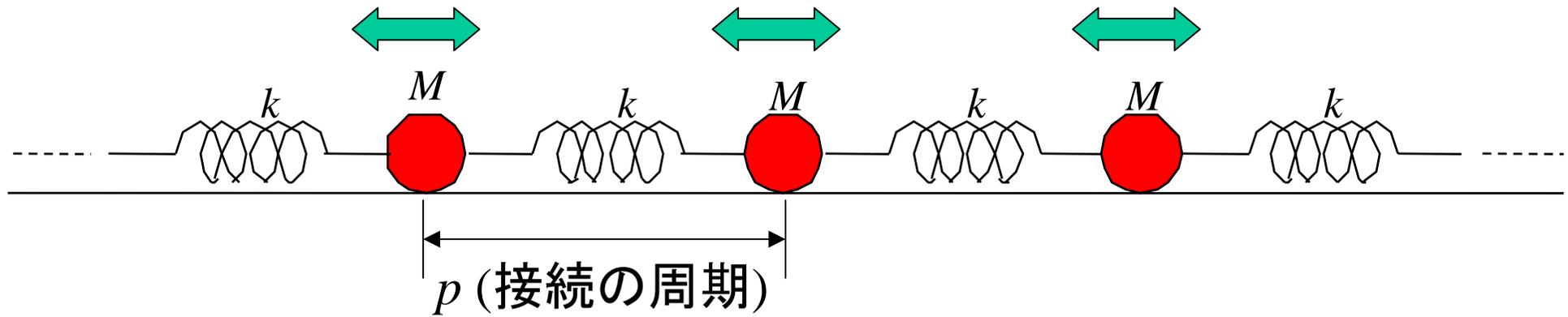


2個の微分方程式への分離 $\frac{du}{dt} = \pm jT^{-1}u$



一般解 $u = c_+ \exp(+jt / T) + c_- \exp(-jt / T)$

順次接続したら？ → 振動が伝播

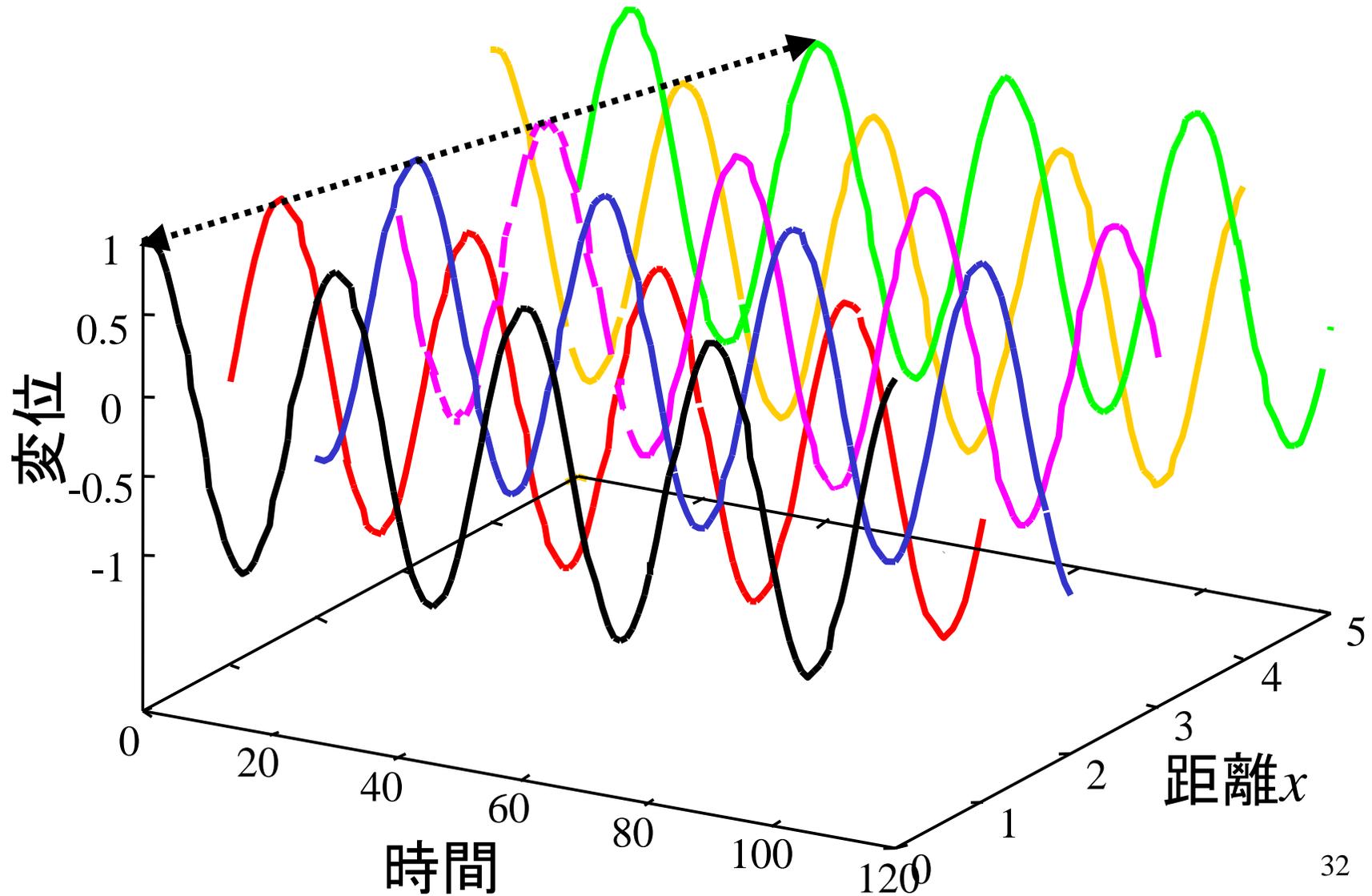


$$u = u_0 \cos\{2\pi(t/T - x/\lambda)\} \quad x=np \quad (n:\text{整数})$$

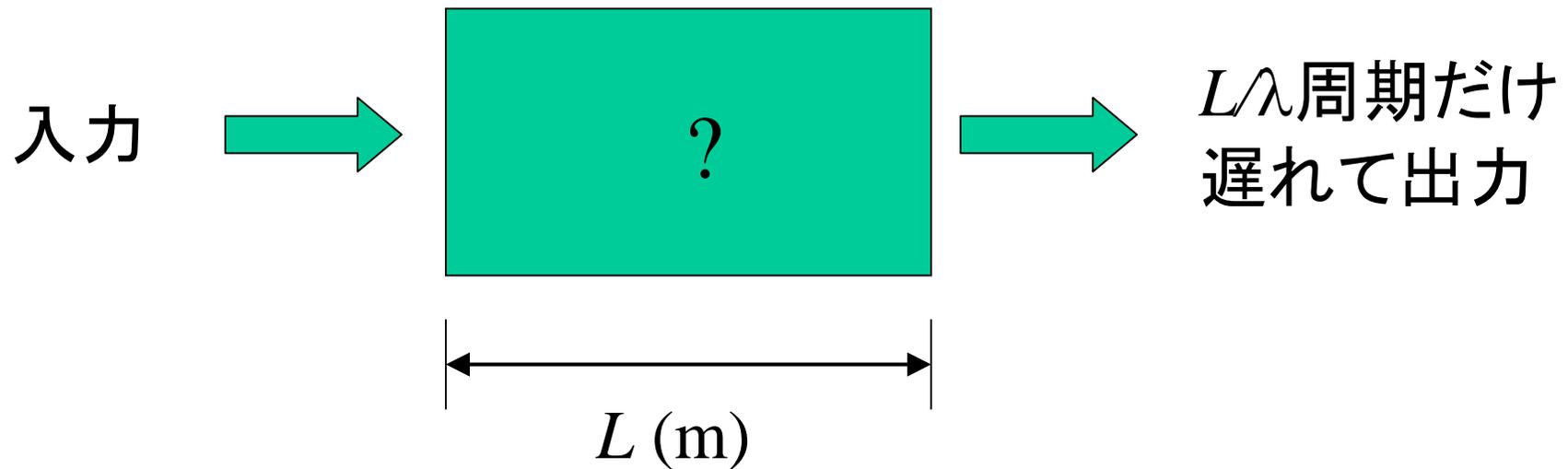
波長 λ (m): 振動一周期に要する距離

波の伝播による信号の遅れ

$$u = u_0 \cos\{2\pi(t/T - x/\lambda)\}$$



波の伝播する速度 V (m/秒) は？

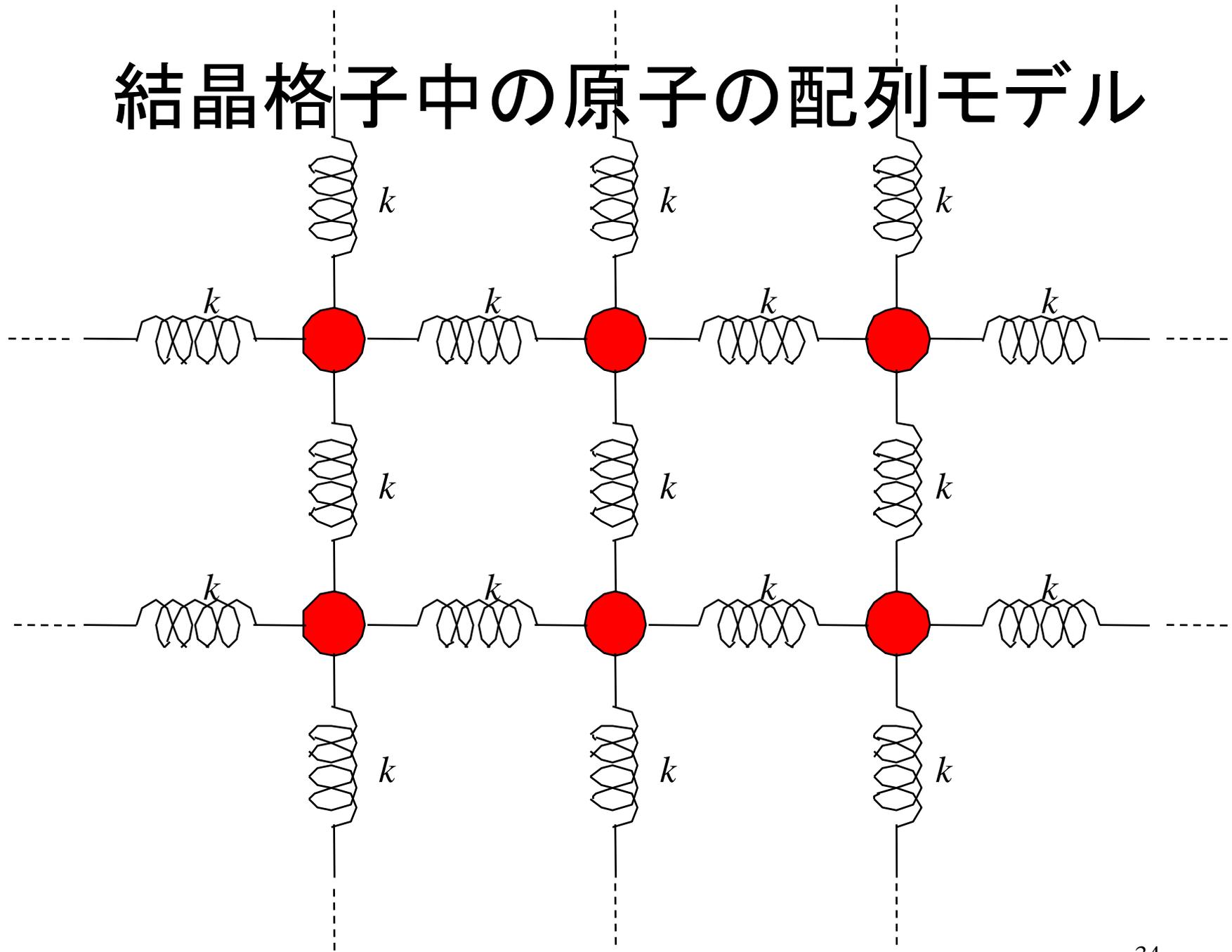


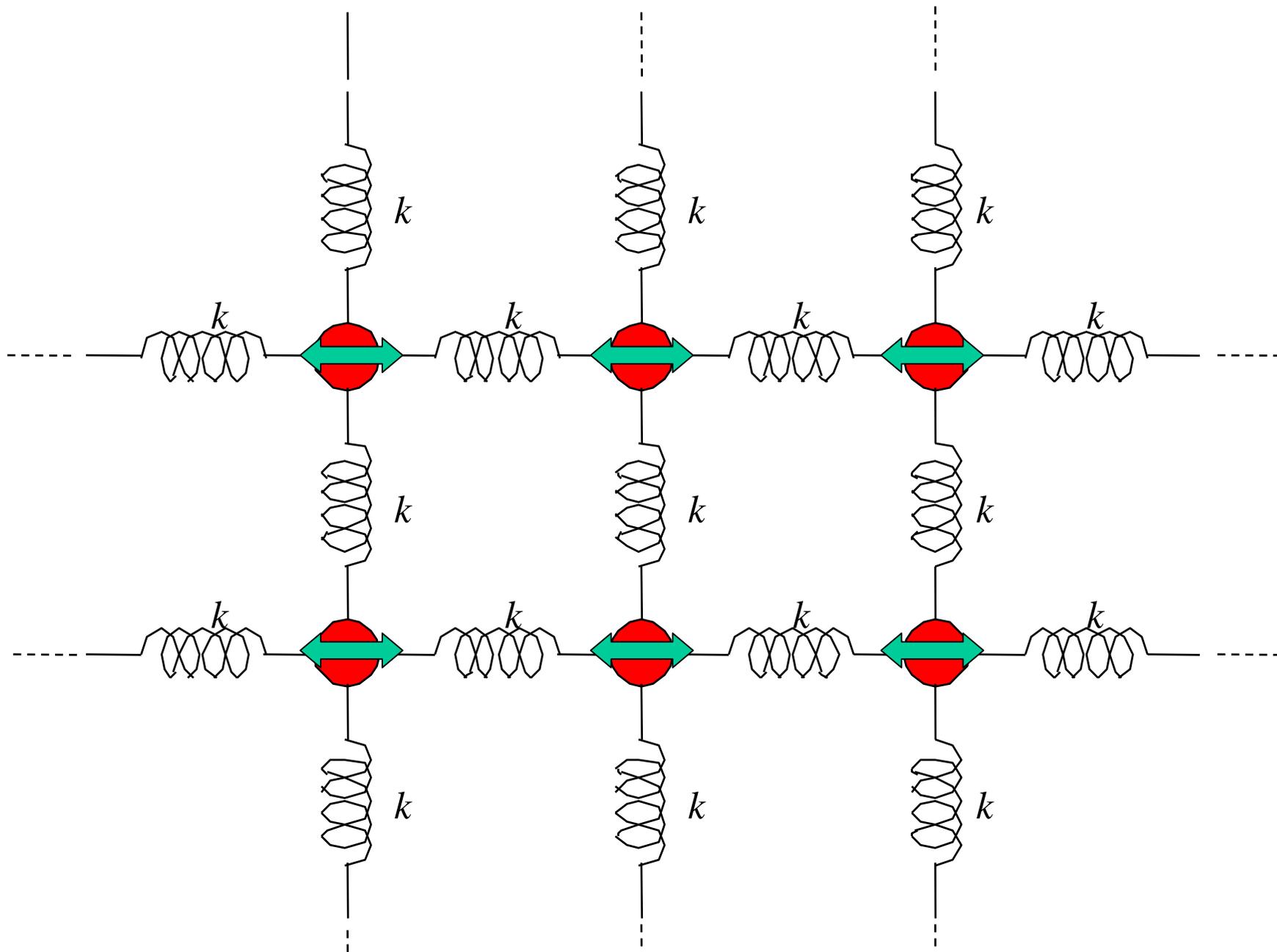
遅れ時間 = LT/λ [T : 入力信号の周期 (秒)]

従って、 $V = \lambda/T$

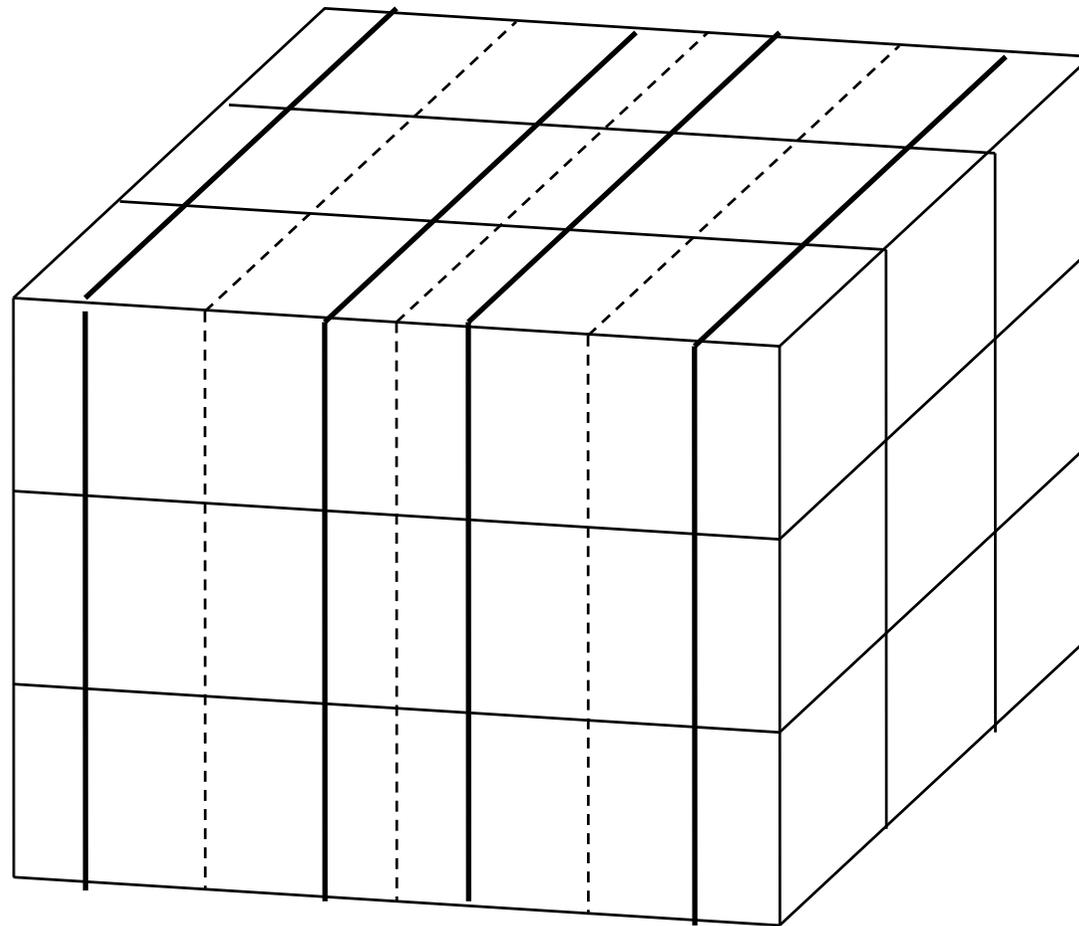
もしくは $V = f\lambda$ [f : 入力信号の周波数 (Hz)]

結晶格子中の原子の配列モデル



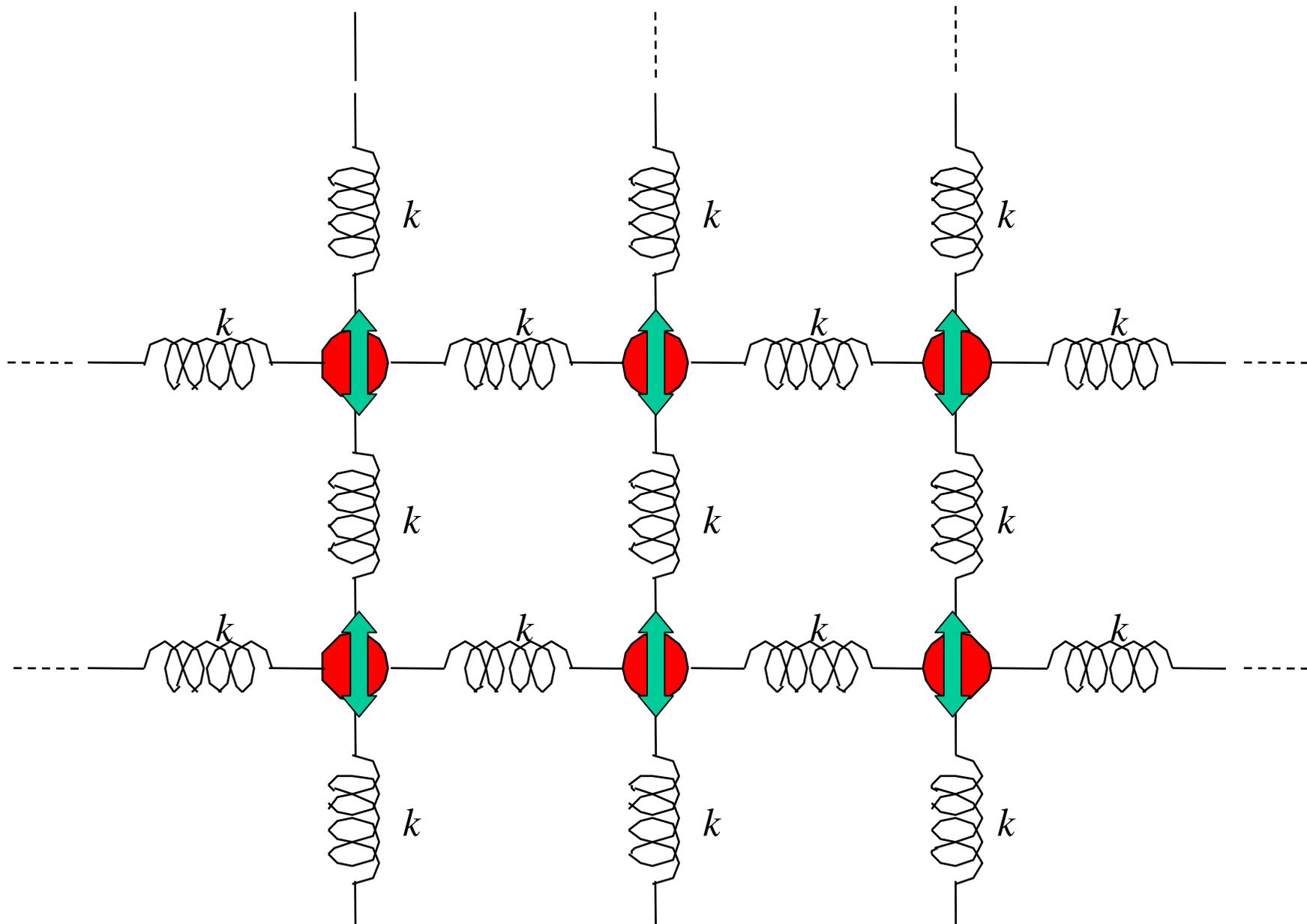


結晶格子中の音波の伝播(その1)⁵

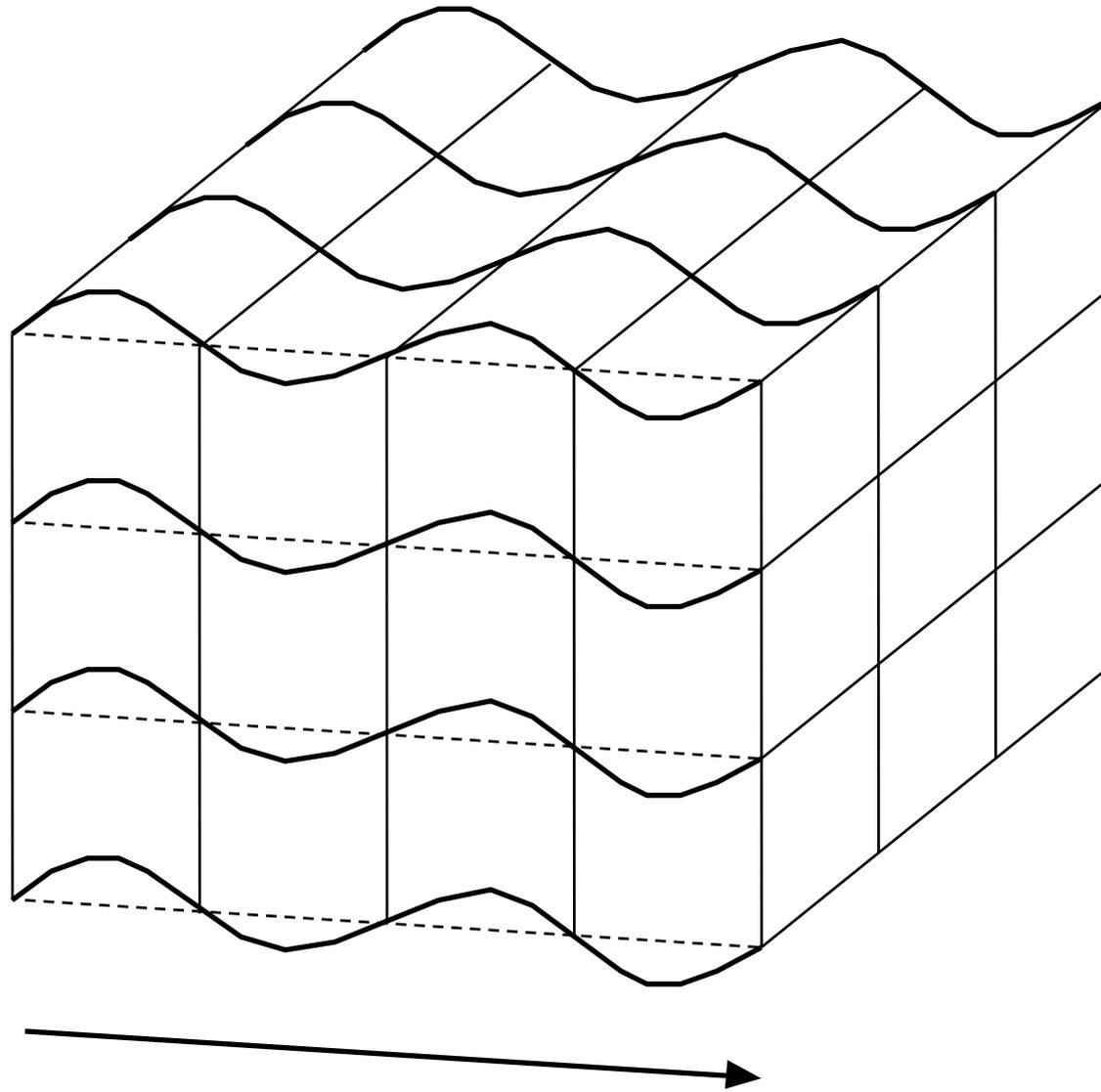


進行方向

縦波の伝播



結晶格子中の音波の伝播(その2)³⁷

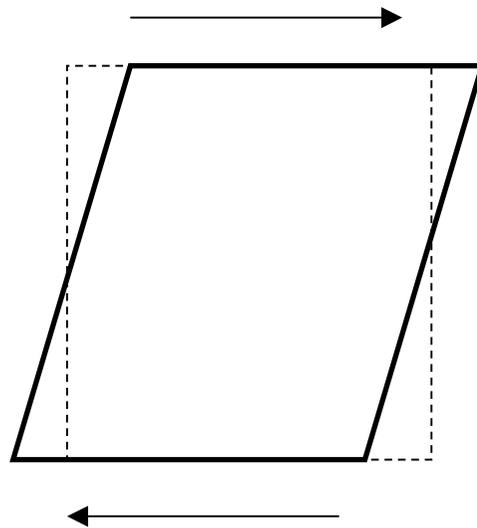


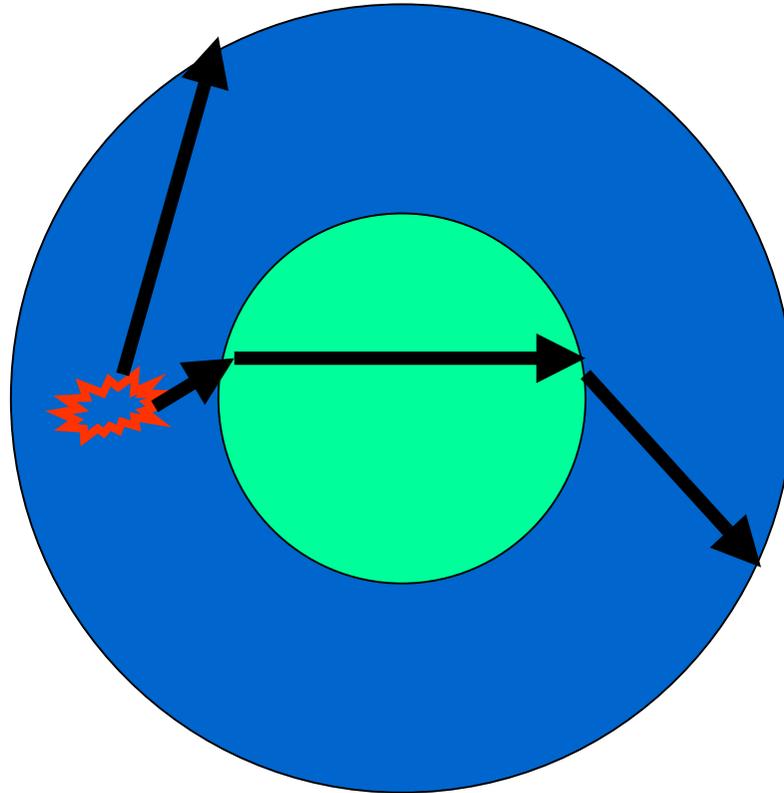
進行方向

横波の伝播

気体、液体中では？

横波無し(ずれたものを引き戻す力働かず)





地球内の地震の伝達

固体内部を伝わる
弾性波

縦波(p波)
+横波(s波)

p: primary

s: secondary

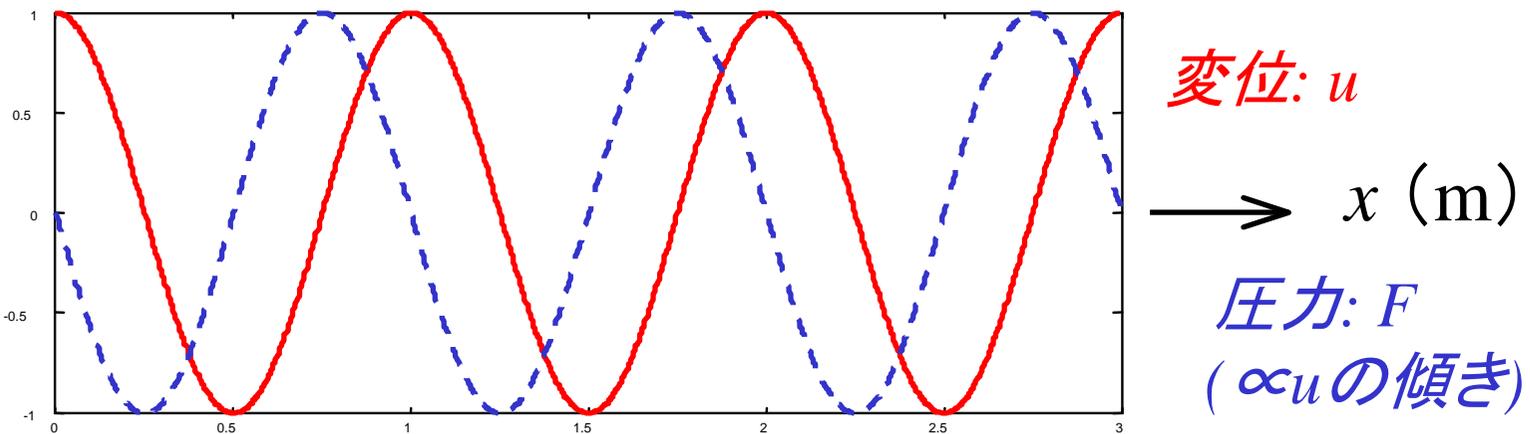
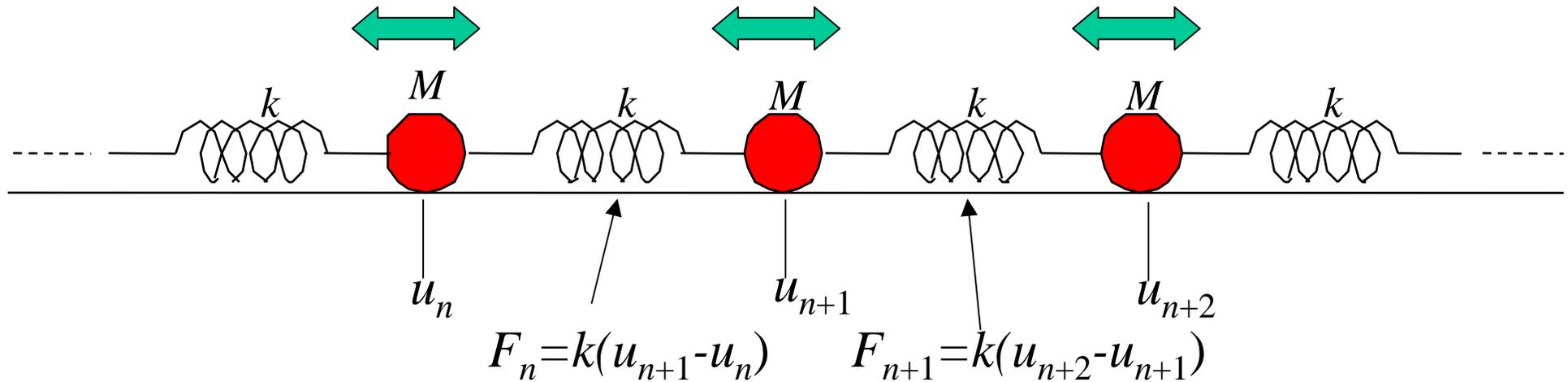
音波の速度 V (m/秒) は？

$$V = \sqrt{c / \rho}$$

c : 弾性率、 ρ : 質量密度

材料	縦波(m/s)	横波(m/s)
空気	340	
水	1,480	
ポリエチレン	1,950	540
ガラス	5,100	2,140
鉄	5,950	3,240
金	3,240	1,220
ダイヤモンド	17,500	11,640

隣り合った粒子間に働く力は？



$$u = u_0 \cos\{2\pi(t/T - x/\lambda)\} \quad x = np \quad (n: \text{整数})$$

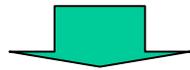
$$F \propto -ku_0 \sin\{2\pi(t/T - x/\lambda)\}$$

(参考)

$$\text{運動方程式 } M \frac{d^2 u_n}{dt^2} - k(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) = 0$$

$u_n \propto \exp(j\omega t)$ の時

$$u_{n+1} - \{2 - (\omega T)^2\}u_n + u_{n-1} = 0$$



この一般解は

$$u_n = \{c_+ \exp(-jn\theta) + c_- \exp(+jn\theta)\} \exp(j\omega t)$$

$$\text{ここで } \theta = \cos^{-1}[1 - (\omega T)^2 / 2]$$



$\omega T \ll 2$ の時 $\theta \cong \omega T$

$\omega T > 2$ の時は？

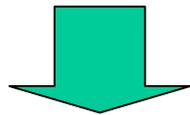
(参考)

$$\text{運動方程式 } M \frac{d^2 u_n}{dt^2} - k(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) = 0$$

$$p \rightarrow 0 \text{ の時 } \rho \frac{d^2 u(x,t)}{dt^2} - c \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

$\rho = M / p$: 質量密度

$c = kp$: 弾性率



$u \propto \exp(j\omega t)$ の時、一般解は

$$u(x,t) = \{c_+ \exp(-j\beta x) + c_- \exp(+j\beta x)\} \exp(j\omega t)$$

ここで $\beta = \omega \sqrt{\rho / c}$ (波数)

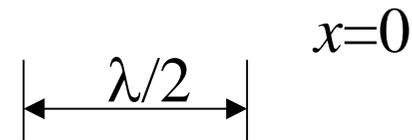
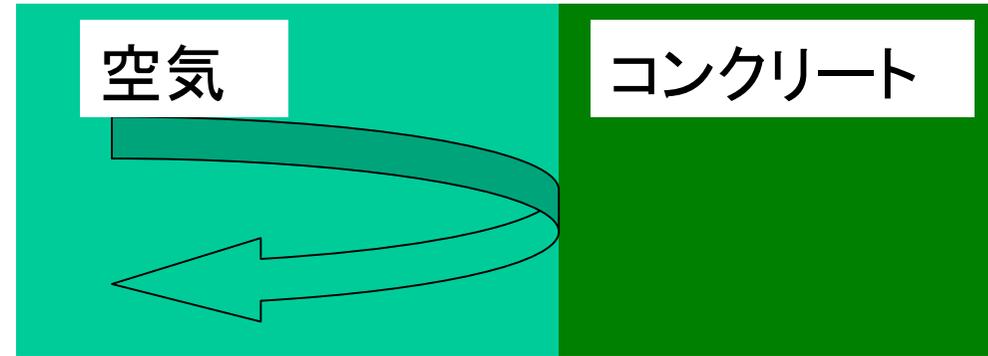
反射

入射波

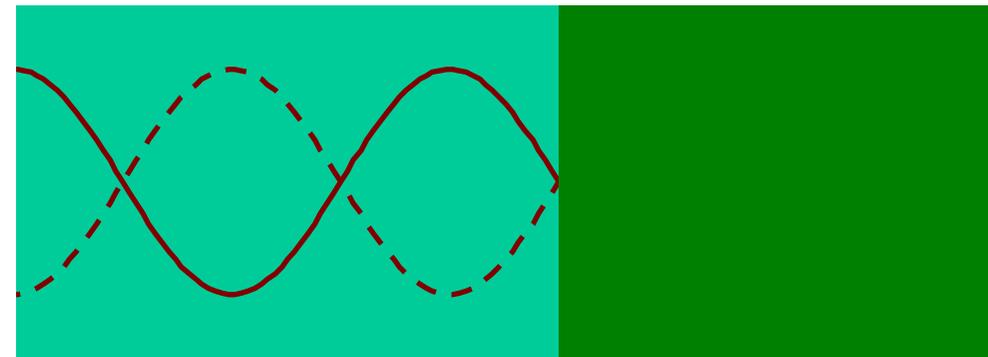
$$u = u_+ \cos\{2\pi f(t - x/V)\}$$

反射波

$$u = u_- \cos\{2\pi f(t + x/V)\}$$



$x=0$ で $u=0$ (コンクリートは硬い)のためには $u_- = -u_+$



$$\begin{aligned} u &= u_+ \cos\{2\pi f(t - x/V)\} + u_- \cos\{2\pi f(t + x/V)\} \\ &= 2u_+ \sin(2\pi ft) \sin(2\pi x / \lambda) \end{aligned}$$

反射

入射波

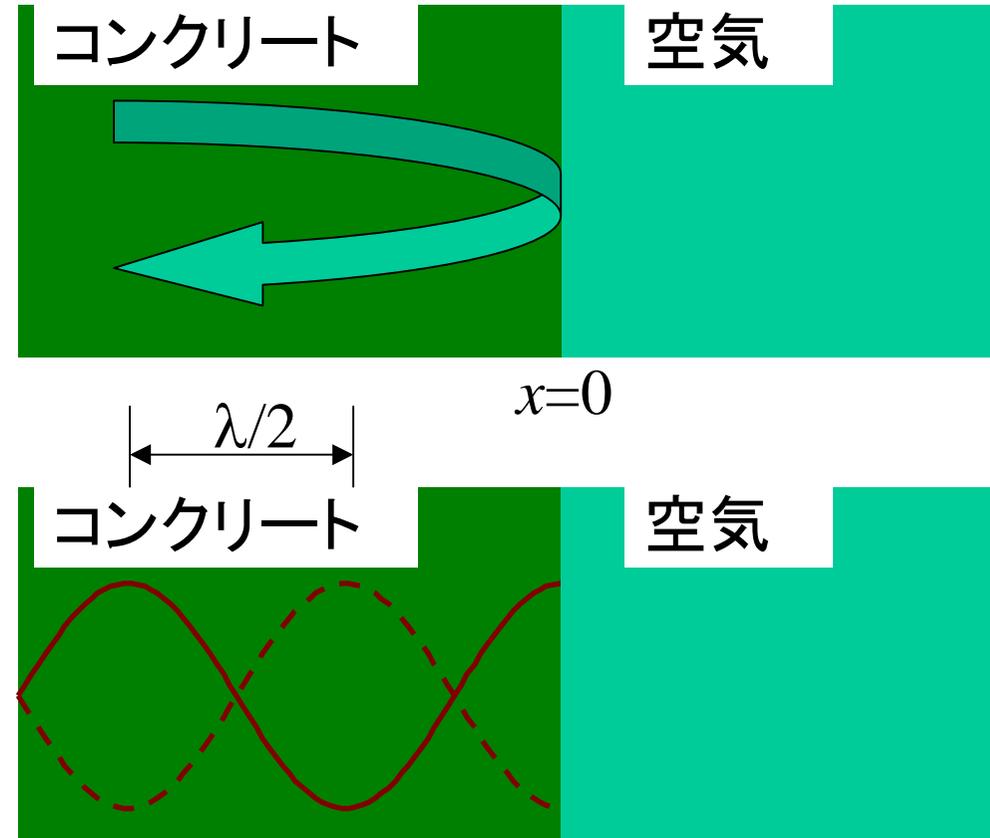
$$u = u_+ \cos\{2\pi f(t - x/V)\}$$

反射波

$$u = u_- \cos\{2\pi f(t + x/V)\}$$

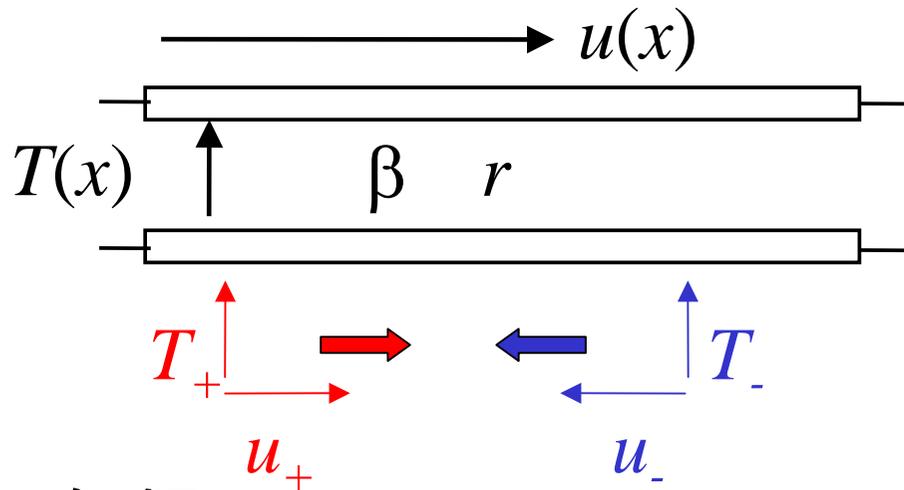
$x=0$ で入射波と反射波の F が打ち消す(空気は柔らかい)のためには $u_- = u_+$

$$\begin{aligned} u &= u_+ \cos\{2\pi f(t - x/V)\} + u_- \cos\{2\pi f(t + x/V)\} \\ &= 2u_+ \cos(2\pi ft) \cos(2\pi x/\lambda) \end{aligned}$$



音響インピーダンス r

$r = -T/v$: T は応力、 v は粒子速度($j\omega u$) \longrightarrow $r = \rho V$: V は音速



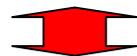
e_+ : $+x$ 方向への進行波の電圧

e_- : $-x$ 方向への進行波の電圧

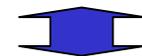
一般解

$$T = T_+ \exp(-j\beta x) + T_- \exp(+j\beta x)$$

$$-j\omega u = r^{-1} [T_+ \exp(-j\beta x) - T_- \exp(+j\beta x)]$$



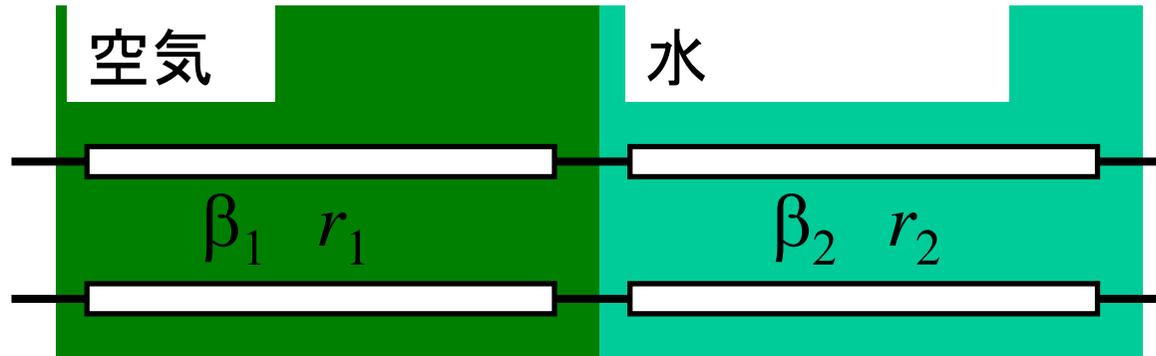
$+x$ 方向への進行波



$-x$ 方向への進行波

進行方向により変位の方法(極性)が反転!

境界での反射



空気中では

$$\begin{cases} T = T_+^{(1)} \exp(-j\beta_1 x) + T_-^{(1)} \exp(+j\beta_1 x) \\ -j\omega u = r_1^{-1} [T_+^{(1)} \exp(-j\beta_1 x) - T_-^{(1)} \exp(+j\beta_1 x)] \end{cases}$$

水中では

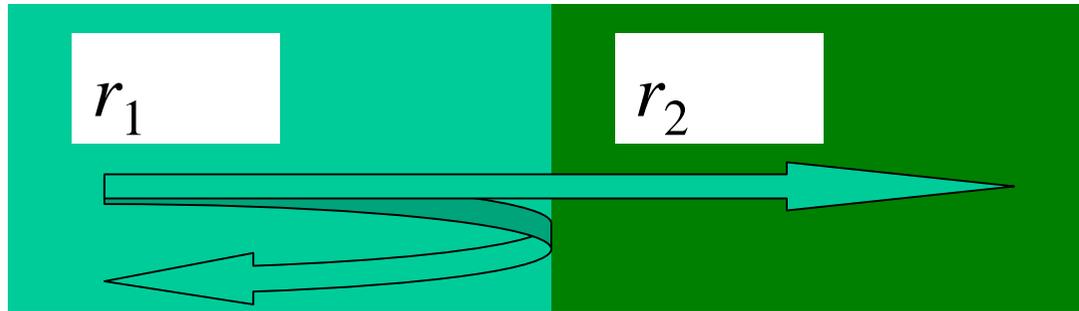
$$\begin{cases} T = T_+^{(2)} \exp(-j\beta_2 x) + T_-^{(2)} \exp(+j\beta_2 x) \\ -j\omega u = r_2^{-1} [T_+^{(2)} \exp(-j\beta_2 x) - T_-^{(2)} \exp(+j\beta_2 x)] \end{cases}$$

境界($x=0$)で T, u が連続

$$\begin{aligned} T_+^{(2)} &= T_+^{(1)} + T_-^{(1)} \\ r_2^{-1} T_+^{(2)} &= r_1^{-1} [T_+^{(1)} - T_-^{(1)}] \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{T_+^{(2)}}{T_+^{(1)}} &= \frac{2r_2}{r_2 + r_1} \\ \frac{T_-^{(1)}}{T_+^{(1)}} &= \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} \end{aligned}$$

透過と反射 反射係数: $\Gamma = (r_2 - r_1) / (r_2 + r_1)$

$r = \rho V$: 音響インピーダンス

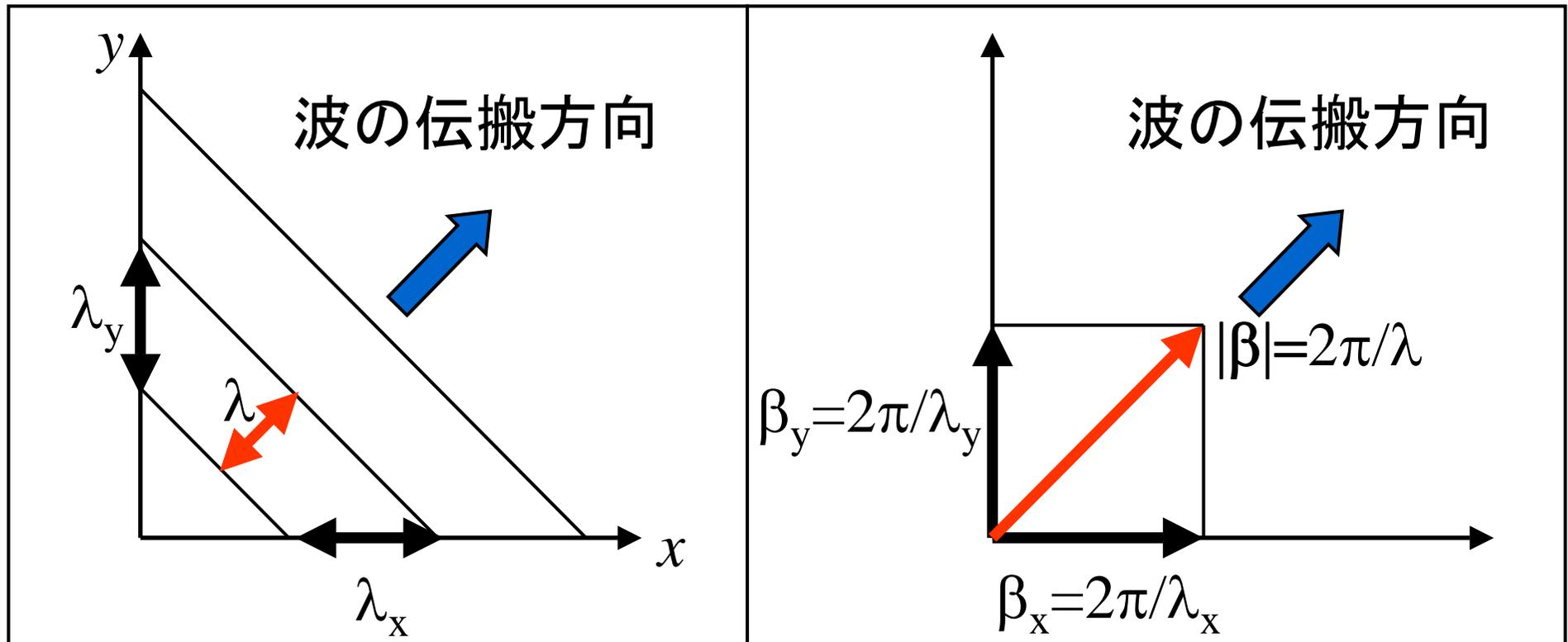


材料	縦波 r (kg/m ² s)	横波 r (kg/m ² s)
空気	428	
水	1.48×10^6	
ポリエチレン	1.75×10^6	0.48×10^6
ガラス	11.4×10^6	6.35×10^6
鉄	46.4×10^6	25.3×10^6

$\rho V_{\text{固体(無機物)}} \gg \rho V_{\text{固体(有機物)}} \doteq \rho V_{\text{液体}} \gg \rho V_{\text{気体}}$ ⁴⁹

波数ベクトル β

$|\beta|=2\pi/\lambda$: 単位長さ当りの位相遅れ

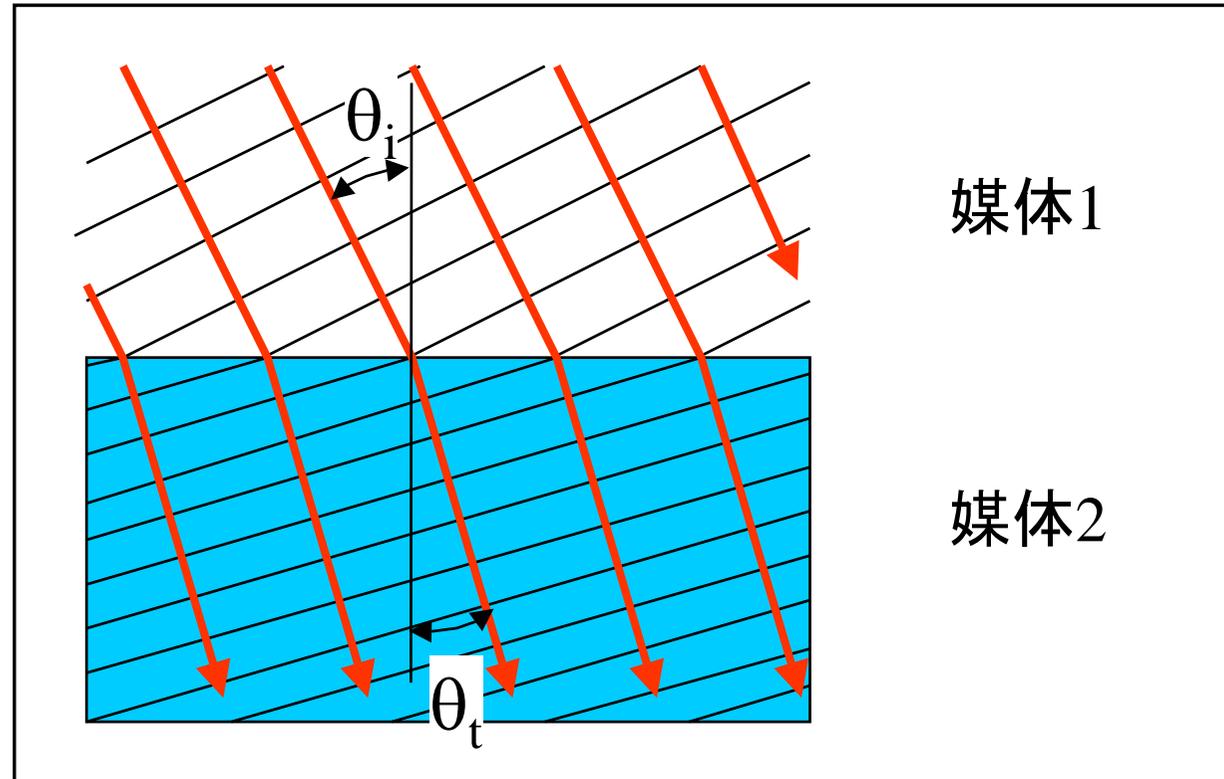


$V_p (=f\lambda)$ はベクトル展開則が成立せず

$$\exp(-j\beta \cdot \mathbf{X}) \Rightarrow \exp[-j(\beta_x x + \beta_y y + \beta_z z)]$$

屈折(スネルの法則)

境界で波面が連続となるためには？

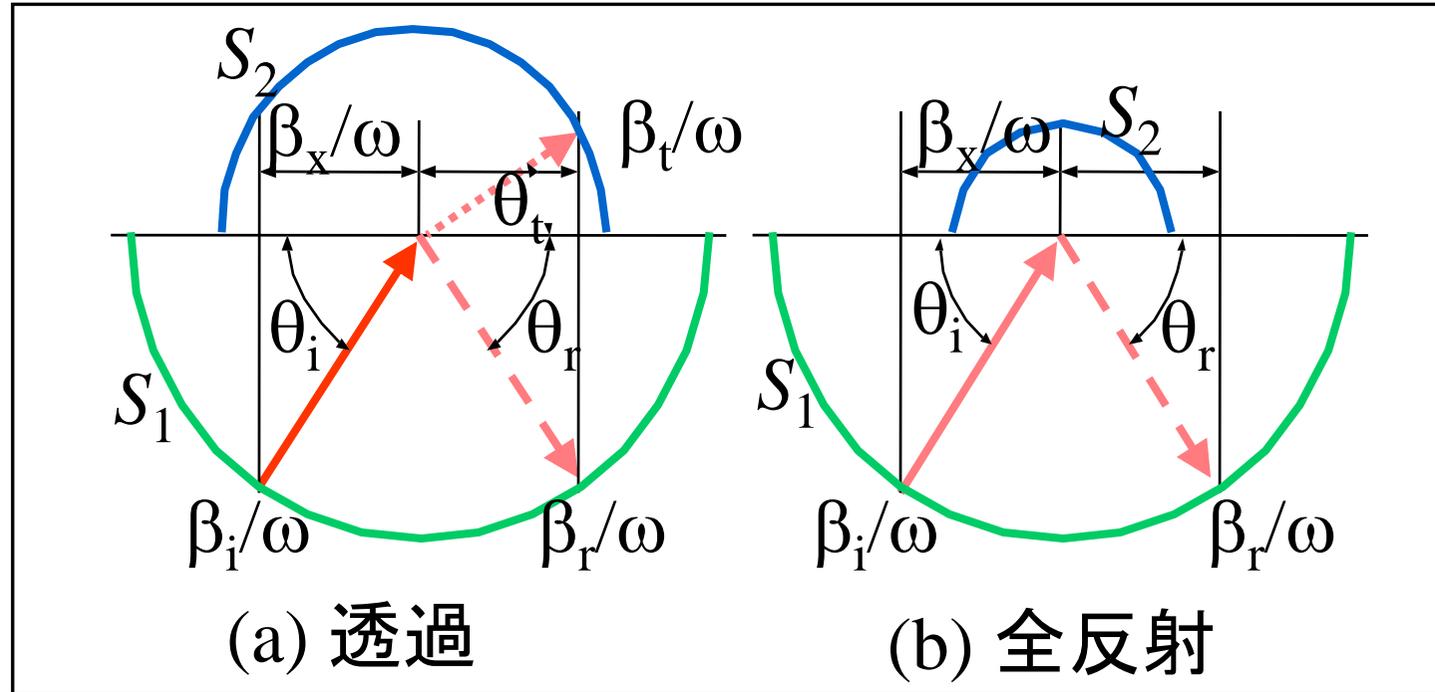


$$\lambda_i / \sin \theta_i = \lambda_t / \sin \theta_t \quad \longrightarrow \quad V_i / \sin \theta_i = V_t / \sin \theta_t$$

光の屈折率 n : $n=V/c$

c :真空中の光速

二つの媒体の境界では



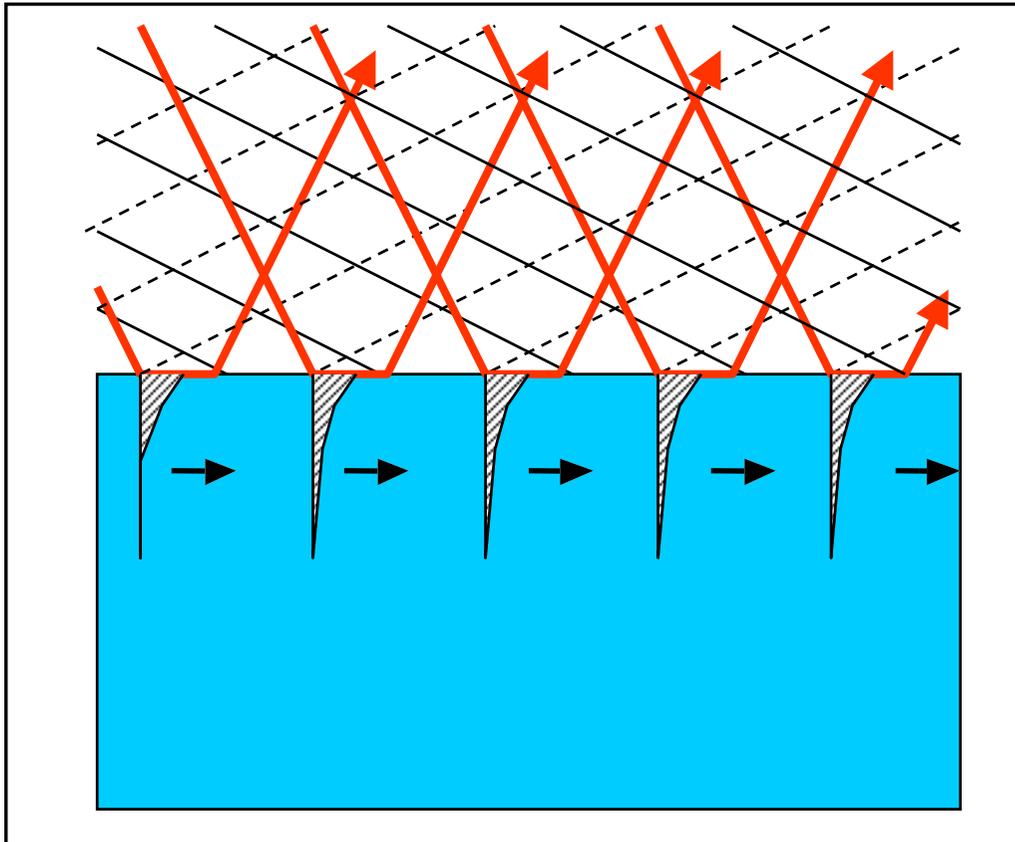
逆速度面 ($S=1/V_p$)

この場合 $S_1 > S_2$

$$\beta_x = \beta_1 \cos \theta_1 = \beta_2 \cos \theta_2 \implies n_1 \cos \theta_1 = n_2 \cos \theta_2$$

エバネセント場

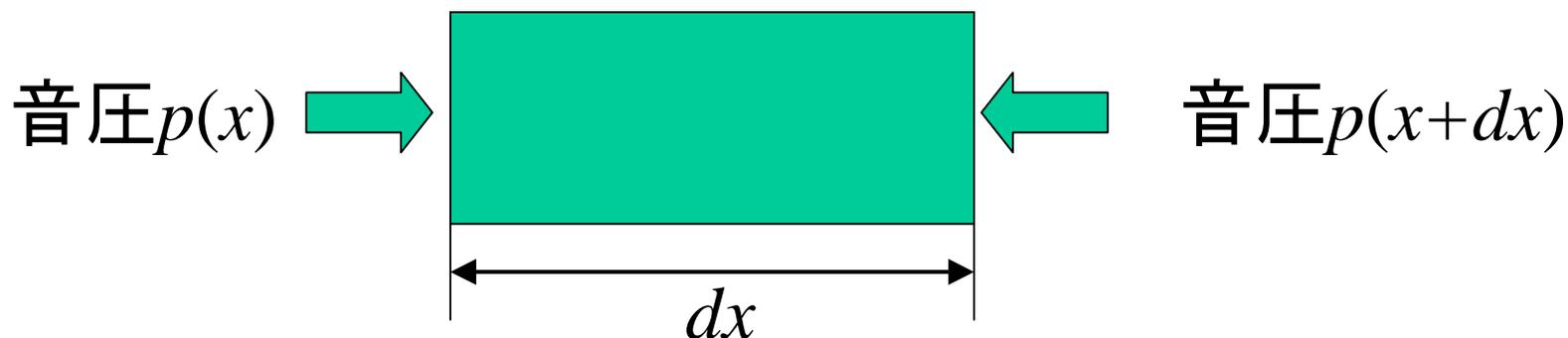
$$\beta_x = \beta_1 \cos \theta_1 \text{ かつ } \beta_x^2 + \beta_{y2}^2 = \beta_2^2 \quad \Rightarrow \quad \beta_{y2} = \sqrt{\beta_2^2 - (\beta_1 \cos \theta_1)^2}$$



全反射によるエバネ
セント場の染み込み

*指数関数的減衰(エ
ネルギーの蓄積)*

気体・液体の場合



運動方程式

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = -\nabla p$$

フックの法則

$$p = -c \nabla \cdot \mathbf{u}$$

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = c \nabla^2 \mathbf{u}$$

粘性を無視すれば

速度ポテンシャル表現

$$\nabla \times \mathbf{u} = 0 \quad \rightarrow \quad \mathbf{v} = -\nabla \phi \quad \rightarrow \quad \rho \ddot{\phi} = c \nabla^2 \phi$$

運動方程式にポテンシャル表現を代入すると

$$p = \rho \dot{\phi}$$

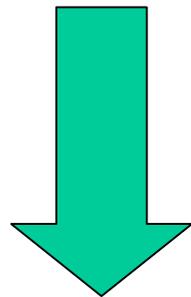
$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \beta^2 \phi$$

3次元波動方程式

$$\nabla^2 \phi = V^{-2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

平面波の解

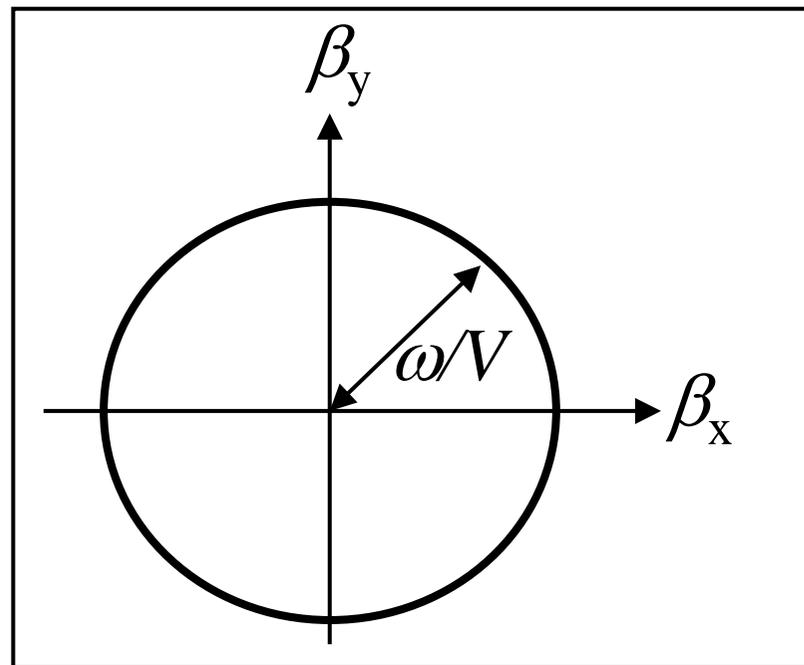
$$\phi \propto \exp[-j\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{x}] \exp(j\omega t)$$



$$\nabla \rightarrow -j\boldsymbol{\beta}$$

$$\partial / \partial t \rightarrow +j\omega$$

$$|\boldsymbol{\beta}| = \omega / V$$



微小単位音源からの放射=グリーン関数 $G(r)$

単位波源が体積流速の場合

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \beta^2 G \quad \longrightarrow \quad \iint_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = \beta^2 \iiint_V G dV$$

$$G(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi r} \exp(-j\beta r + j\omega t) & (\text{両側放射}) \\ \frac{1}{2\pi r} \exp(-j\beta r + j\omega t) & (\text{片側放射}) \end{cases}$$

単位波源が圧力源の場合

$$p = \rho \dot{G} \quad \longrightarrow \quad \iiint_V p dV = j\omega\rho \iiint_V G dV$$

$$G(r) = \begin{cases} \frac{-j\omega/c}{4\pi r} \exp(-j\beta r + j\omega t) & (\text{両側放射}) \\ \frac{-j\omega/c}{2\pi r} \exp(-j\beta r + j\omega t) & (\text{片側放射}) \end{cases}$$

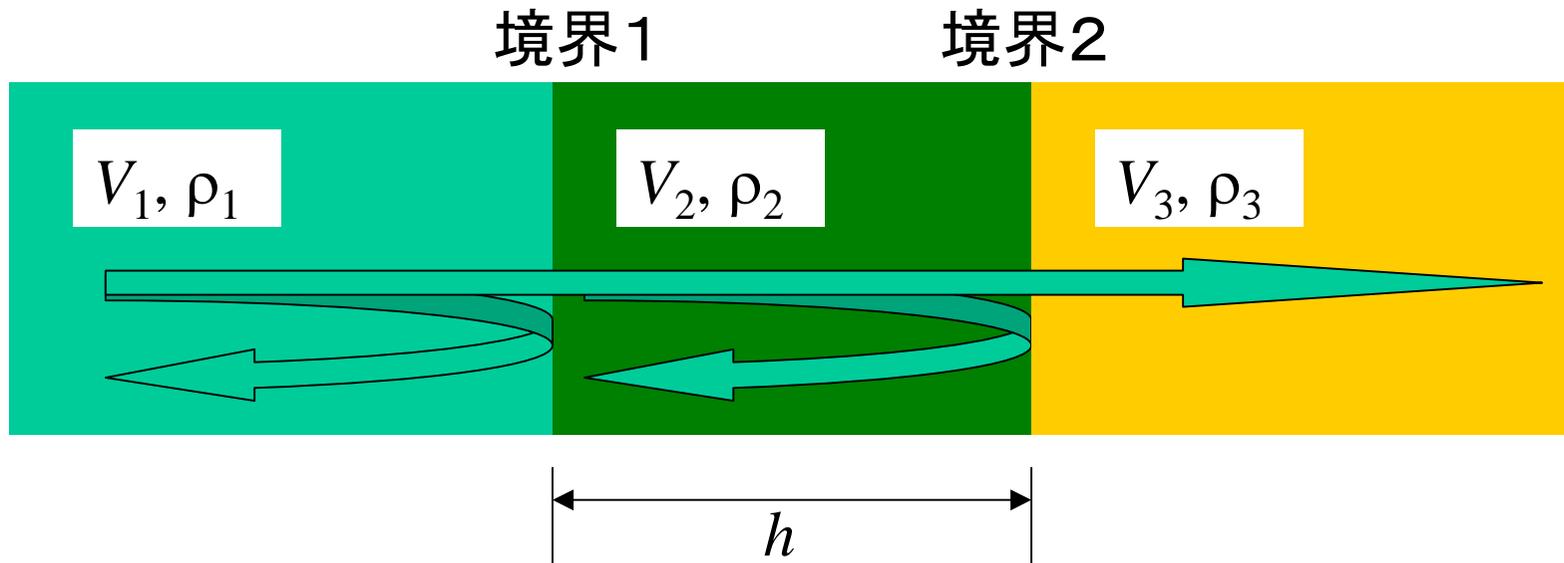
任意波源 $U(\mathbf{r}) =$ 点波源の集合体

線形性 \Rightarrow 重ね合わせの理

$$\phi(\mathbf{r}') = \iiint_V G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') U(\mathbf{r}') dV \quad \text{畳み込み積分}$$

干渉とは？

複数の信号が強めあったり
弱めあったりすること



境界1での反射波と境界2
での反射波が打ち消せば

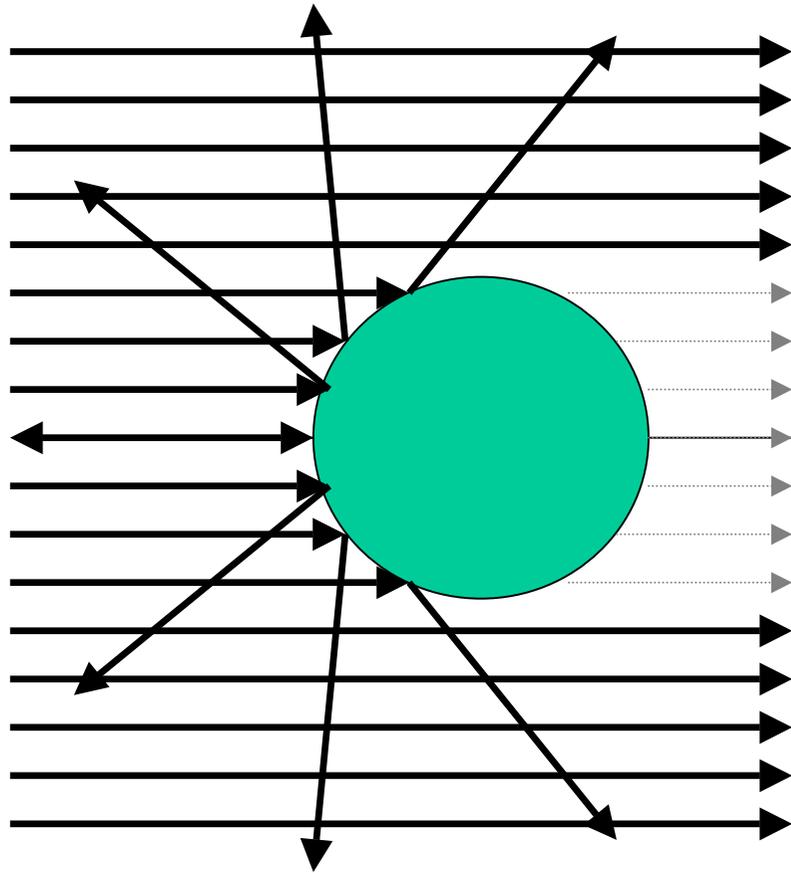


100%透過

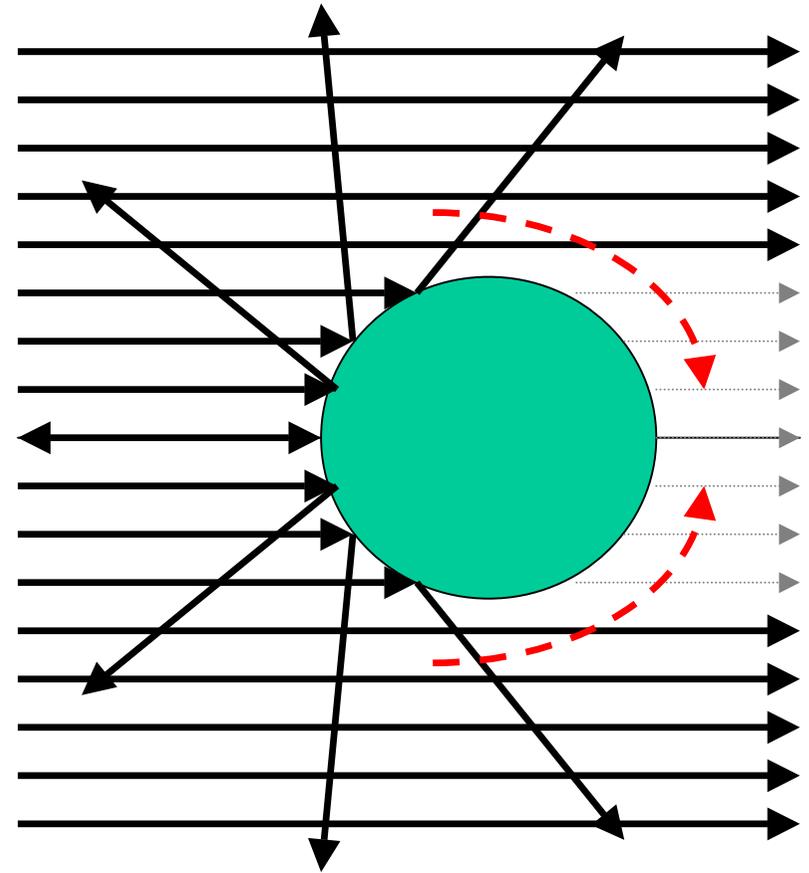
例： $(\rho_2 V_2)^2 = (\rho_1 V_1)(\rho_3 V_3)$ かつ $h = n\lambda/4$ (n : 奇数)

シャボン玉には色が見えるのに、板ガラスには何故色が見えない？

波と粒子の違い



陰の発生

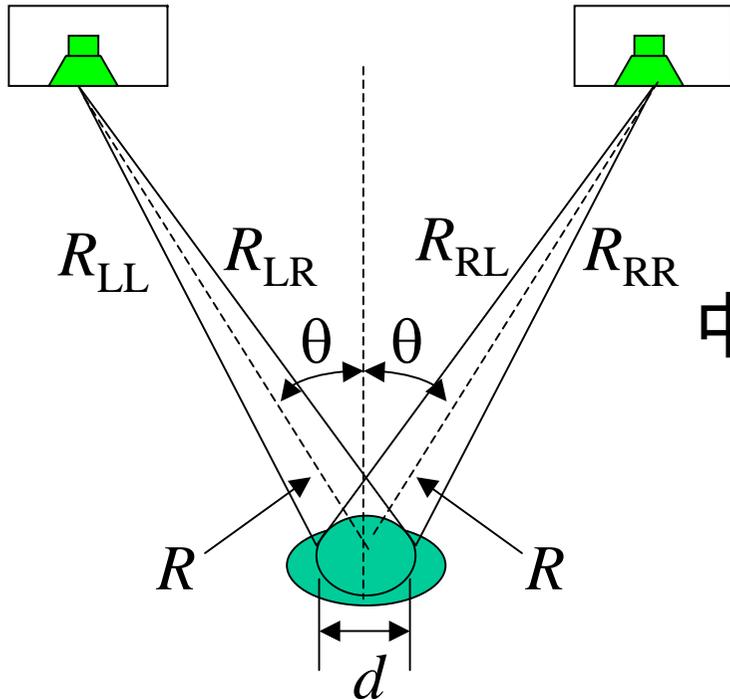


回折による回り
込み発生

定位

- 音源位置を明瞭に判定できるか？
- 混変調等

音源位置の同定



$$\phi_L = A_L \frac{\exp(-j\beta R_{LL})}{4\pi R_{LL}} + A_R \frac{\exp(-\beta R_{RL})}{4\pi R_{RL}}$$

$$\phi_R = A_L \frac{\exp(-j\beta R_{LR})}{4\pi R_{LR}} + A_R \frac{\exp(-j\beta R_{RR})}{4\pi R_{RR}}$$

中央に観測点が位置する時

$$R_{LL} = R_{RR} = \sqrt{(R \sin \theta + d/2)^2 + (R \cos \theta)^2}$$

$$\cong R + d \sin \theta / 2$$

$$R_{LR} = R_{RL} = \sqrt{(R \sin \theta - d/2)^2 + (R \cos \theta)^2}$$

$$\cong R - d \sin \theta / 2$$



$$\phi_L \cong A \frac{\exp\{-j(\beta R - \varphi)\}}{4\pi R} \quad \text{ここで}$$

$$\phi_R \cong A \frac{\exp\{-j(\beta R + \varphi)\}}{4\pi R}$$

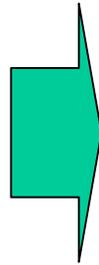
$$A = \sqrt{2A_L^2 + 2A_R^2 + 2A_L A_R \cos(\beta d \sin \theta)}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{A_L - A_R}{A_L + A_R} \tan(\beta d \sin \theta / 2) \right]$$

θが小さい時

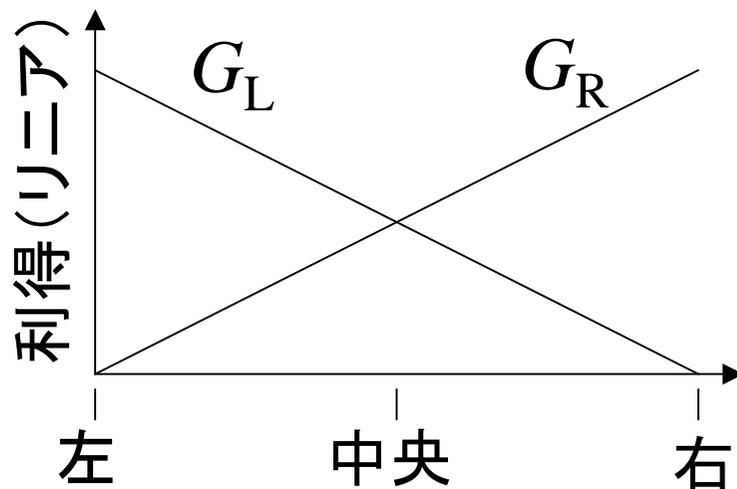
$$A \cong \sqrt{2}(A_L + A_R)$$

$$\varphi \cong \frac{\beta d}{2} \sin \left[\frac{A_L - A_R}{A_L + A_R} \theta \right]$$



$$\phi_L \cong A \frac{\exp(-j\beta R_-)}{4\pi R}$$

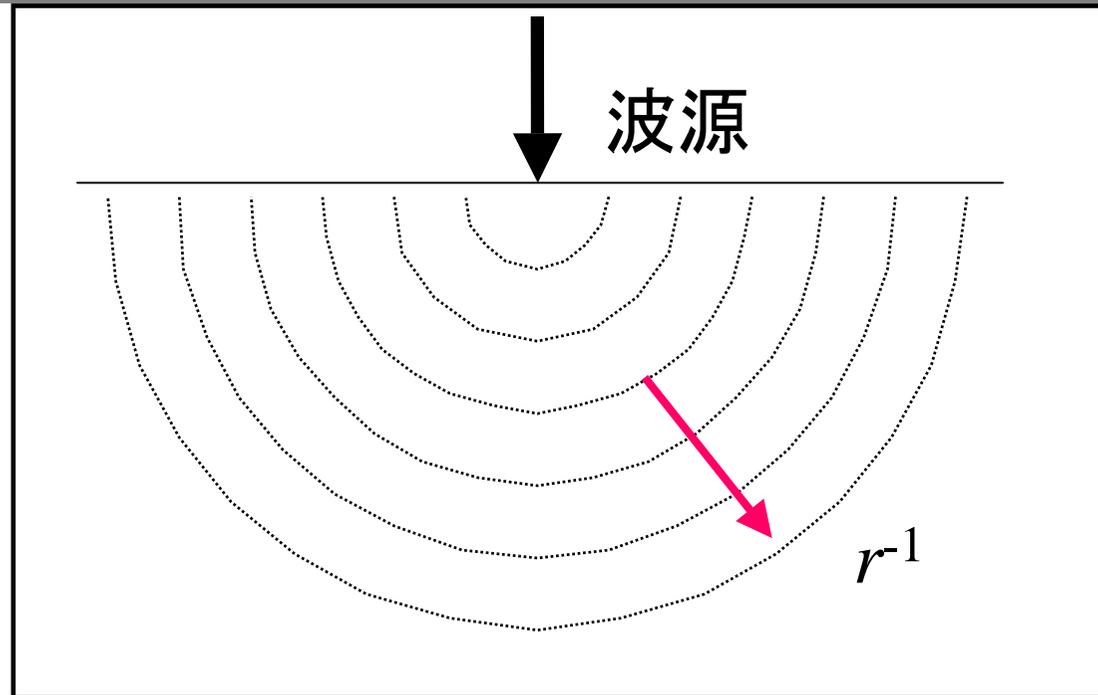
$$\phi_R \cong A \frac{\exp(-j\beta R_+)}{4\pi R}$$



ここで $R_{\pm} = R \pm \frac{d}{2} \sin \left[\frac{A_L - A_R}{A_L + A_R} \theta \right]$

音圧一定で位置のみ
動かすには

小さい音源からの音の伝搬

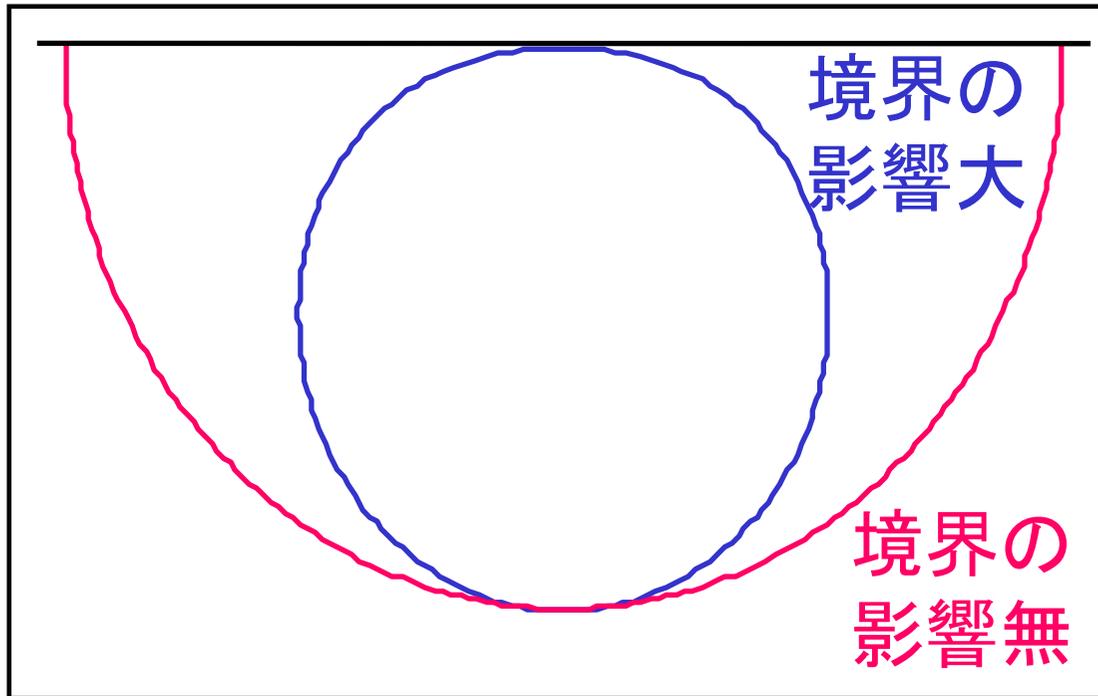


球面波としての伝搬

$$(P \propto r^{-2} \Rightarrow u \propto r^{-1})$$

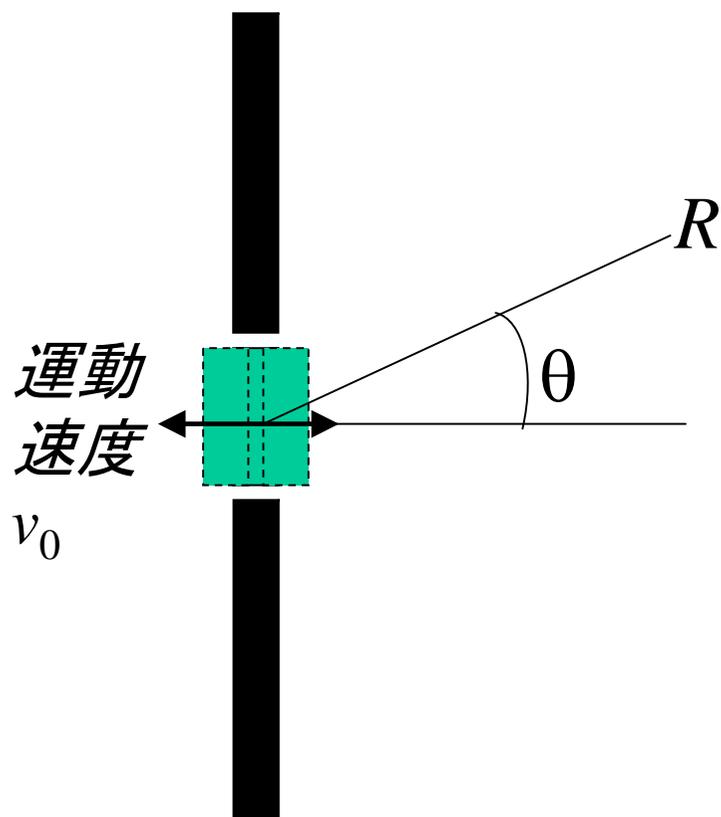
境界の影響が無視できる場合

放射パターン(指向性)



放射パワー
の方向依存
性(無限遠方
での話)

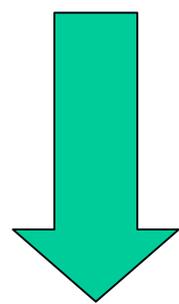
円形平板音源からの放射



$$\begin{aligned}\phi &= \int_S \frac{v_0}{2\pi r} \exp(-j\beta r) dS \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{v_0}{2\pi r} \exp(-j\beta r) \xi d\varphi d\xi\end{aligned}$$

ここで $r = \sqrt{R^2 + \xi^2 - 2R\xi \sin\theta \sin\varphi}$

$R \gg a$ の時 $r \approx R - \xi \sin\theta \sin\varphi$



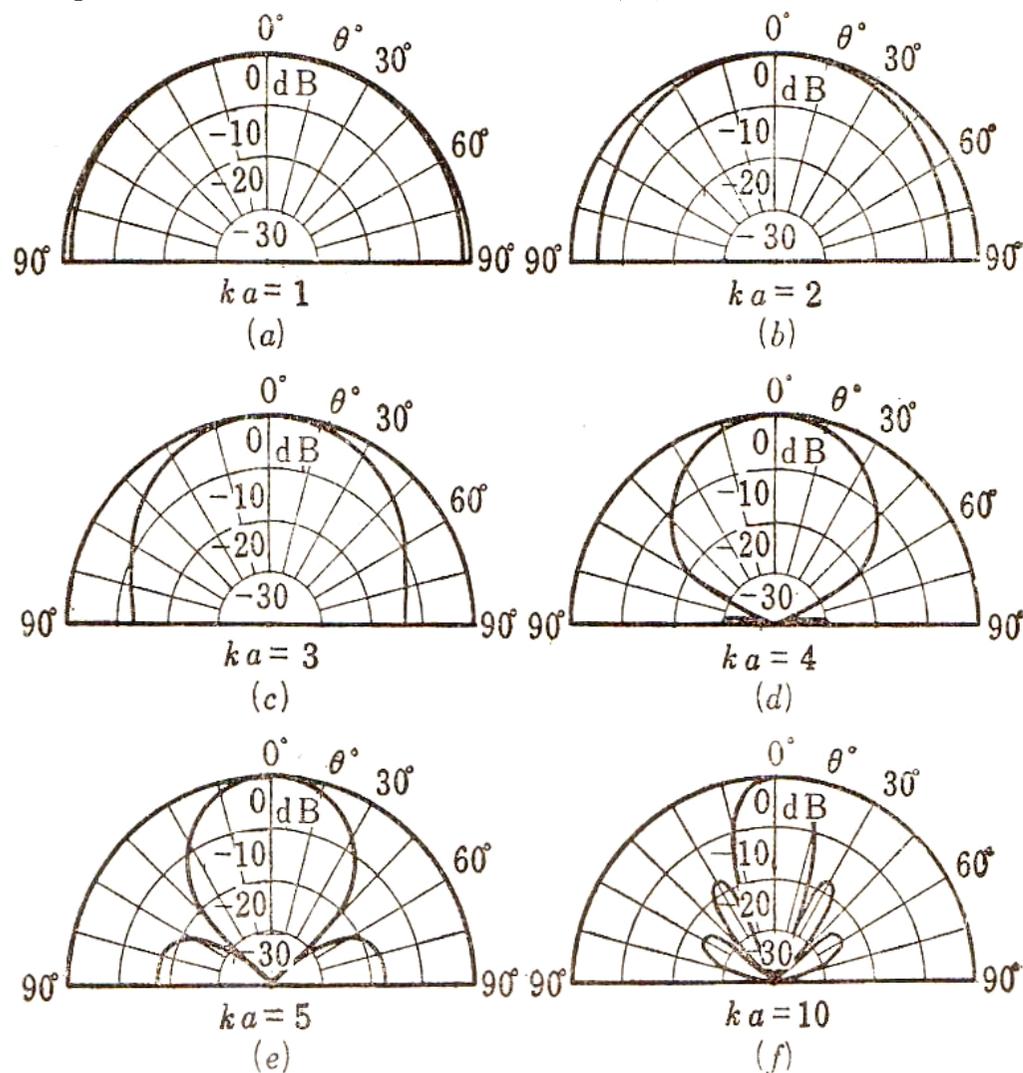
$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-jx \sin\theta) d\theta$$

$$xJ_1(x) = \int_0^a xJ_0(x) dx$$

$$\phi \cong \frac{v_0}{2\pi R} \exp(-j\beta R) \times 2\pi \int_0^a J_0(\beta\xi \sin\theta) \xi d\xi$$

$$= \frac{v_0}{2\pi R} \exp(-j\beta R) \times \pi a^2 \frac{2J_1(\beta a \sin\theta)}{\beta a \sin\theta}$$

円形平板音源からの放射パターン



等方的



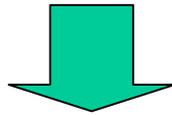
ω

平行ビーム

図 4.5 いろいろの直径対波長比の値に対する円形平面音源の指向特性. ただし半径方向の長さの尺度は, 正面方向の音圧に対する dB の値になっている.

ベッセル関数の関数方程式

$$\exp(-jx \sin \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(x) \exp(-jn \theta)$$



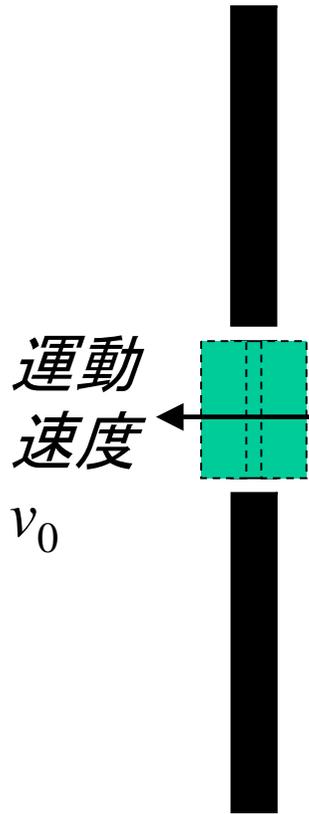
$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(jx \sin \theta - jn \theta) d\theta$$

$$J_n(x) = \frac{x}{2n} [J_{n+1}(x) + J_{n-1}(x)]$$

$$\frac{\partial [J_n(x)]}{\partial x} = \frac{1}{2} [J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)]$$

$$\frac{\partial [x^n J_n(x)]}{\partial x} = x^n J_{n-1}(x)$$

中心軸上では？

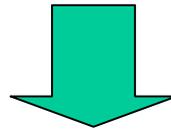


$$\begin{aligned}\phi &= \int_s \frac{v_0}{2\pi r} \exp(-j\beta r) dS \\ &= \int_0^a \frac{v_0}{r} \exp(-j\beta r) \xi d\xi\end{aligned}$$

ここで $r = \sqrt{z^2 + \xi^2}$

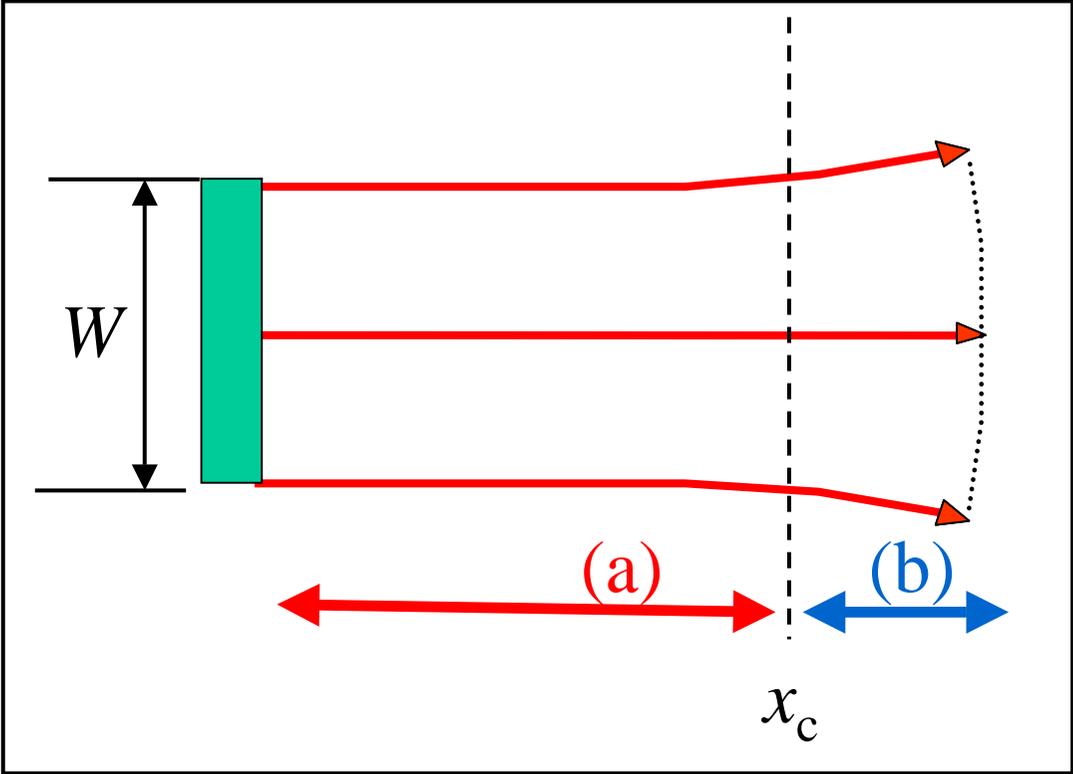
これを解くと

$$\begin{aligned}\phi &= jv_0\beta^{-1} \left[\exp\left(-j\beta\sqrt{z^2 + \xi^2}\right) \right]_0^a \\ &= jv_0\beta^{-1} \left[\exp\left(-j\beta\sqrt{z^2 + a^2}\right) - \exp(-j\beta z) \right]\end{aligned}$$



$$\phi \cong \begin{cases} jv_0\beta^{-1} [\exp(-j\beta a) - \exp(-j\beta z)] & (z \ll a) \\ \frac{a^2 v_0}{2z} \exp(-j\beta z) & (z \gg a) \end{cases}$$

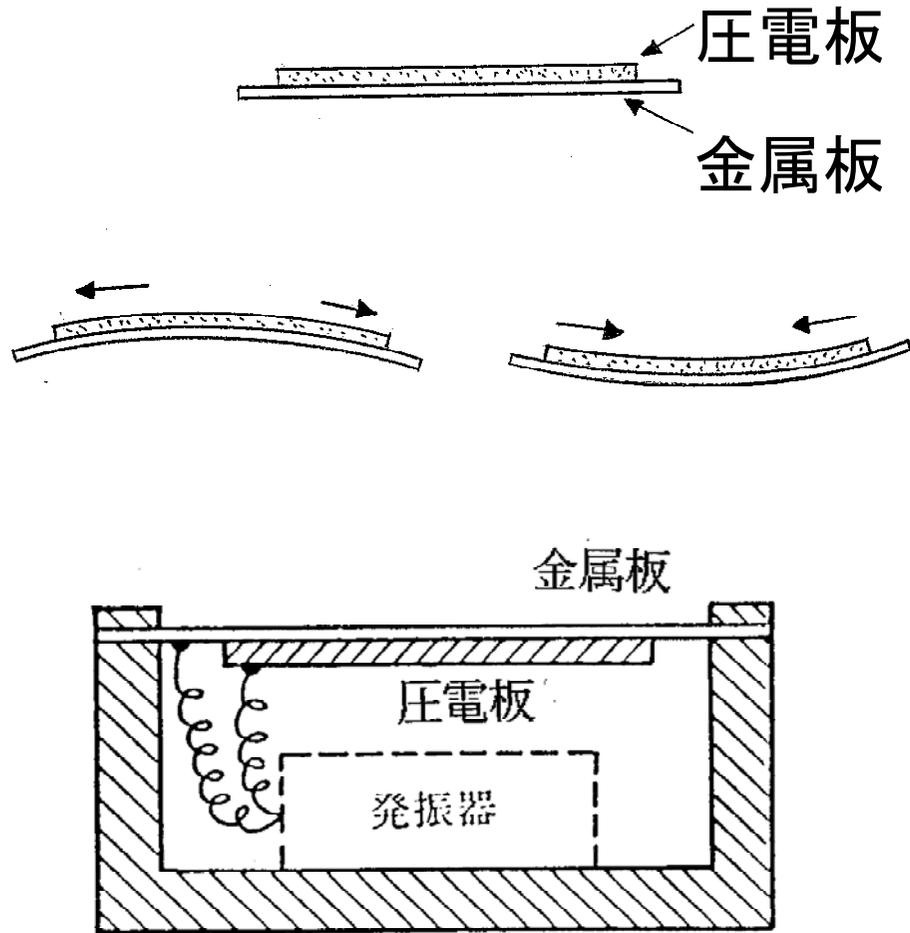
回折効果



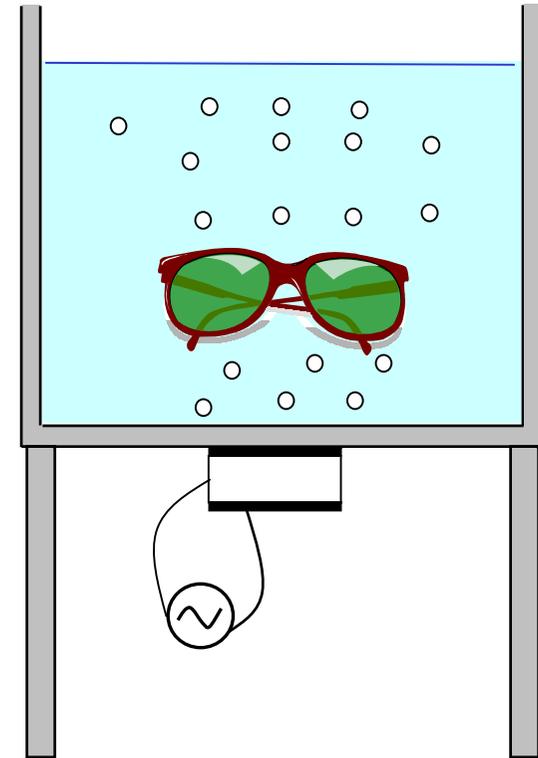
(a) フレネル領域 (ビーム状伝搬)

(b) フラウンホッフ領域 (球面波伝搬)

臨界距離: $x_c = W^2/\lambda$



圧電ブザー
(電気⇒力変換)

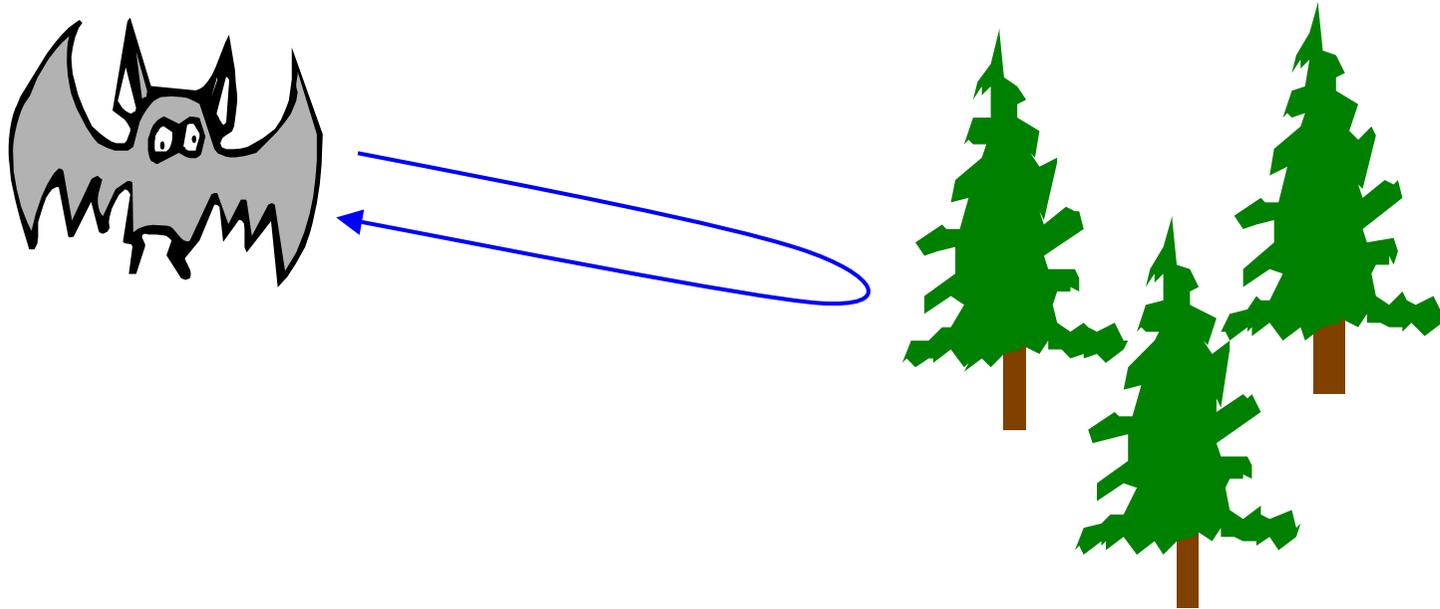


超音波洗浄器
(電気⇒力変換)

超音波の応用例

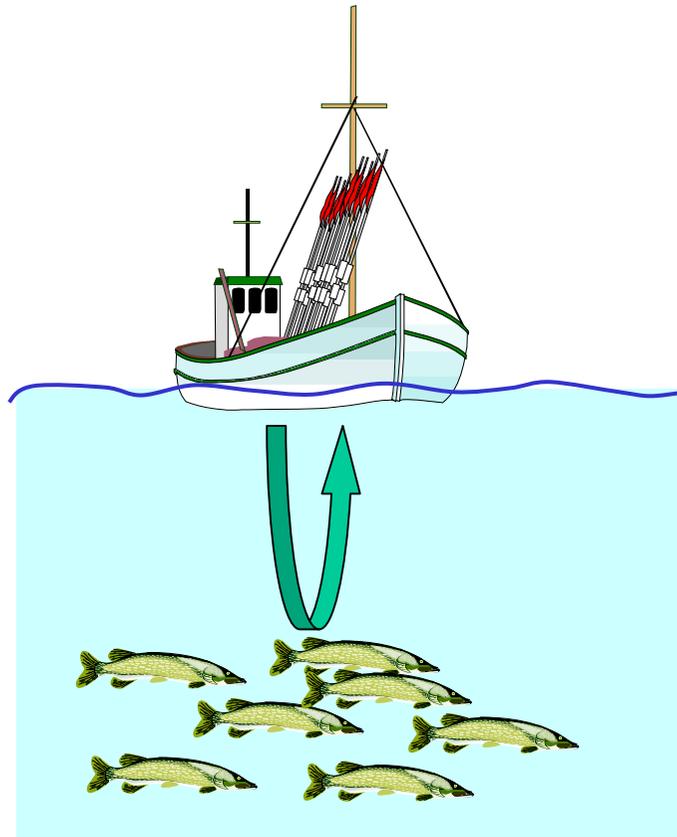
超音波

コウモリ: 目の代わりに使用

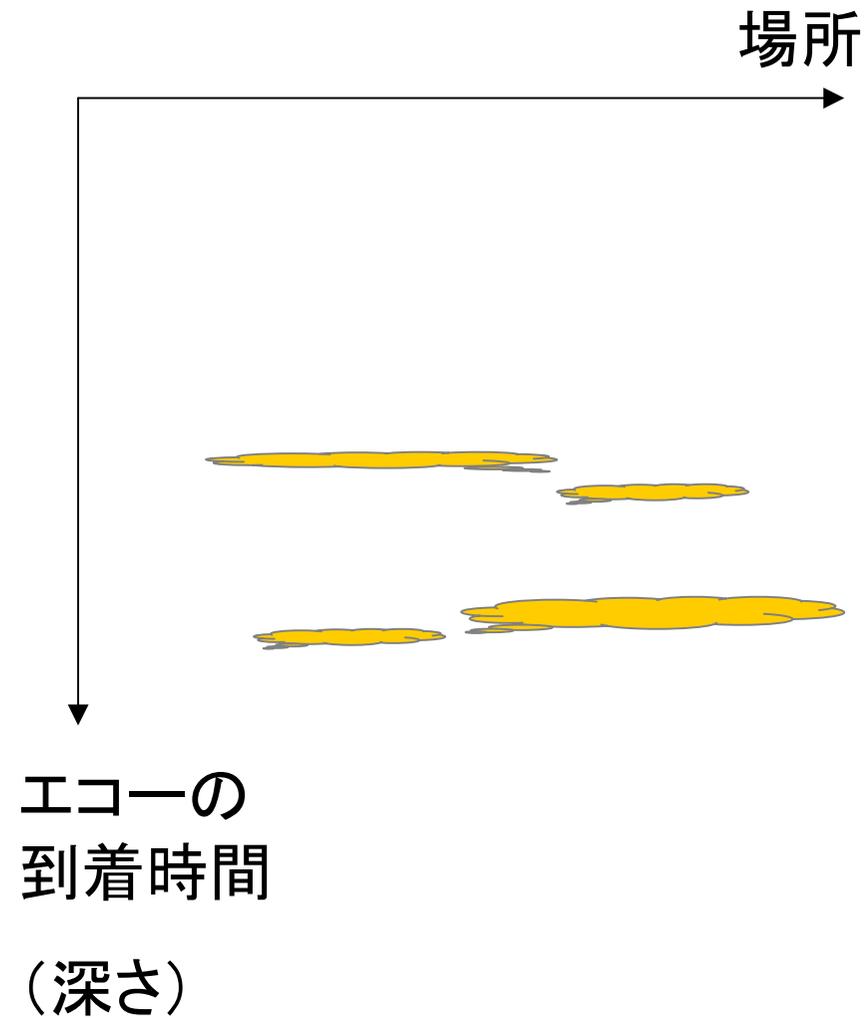


超音波を発生させ、その反射から物の存在を確認
 $\text{遅れ時間} / \text{音速} / 2 = \text{物体までの距離}$

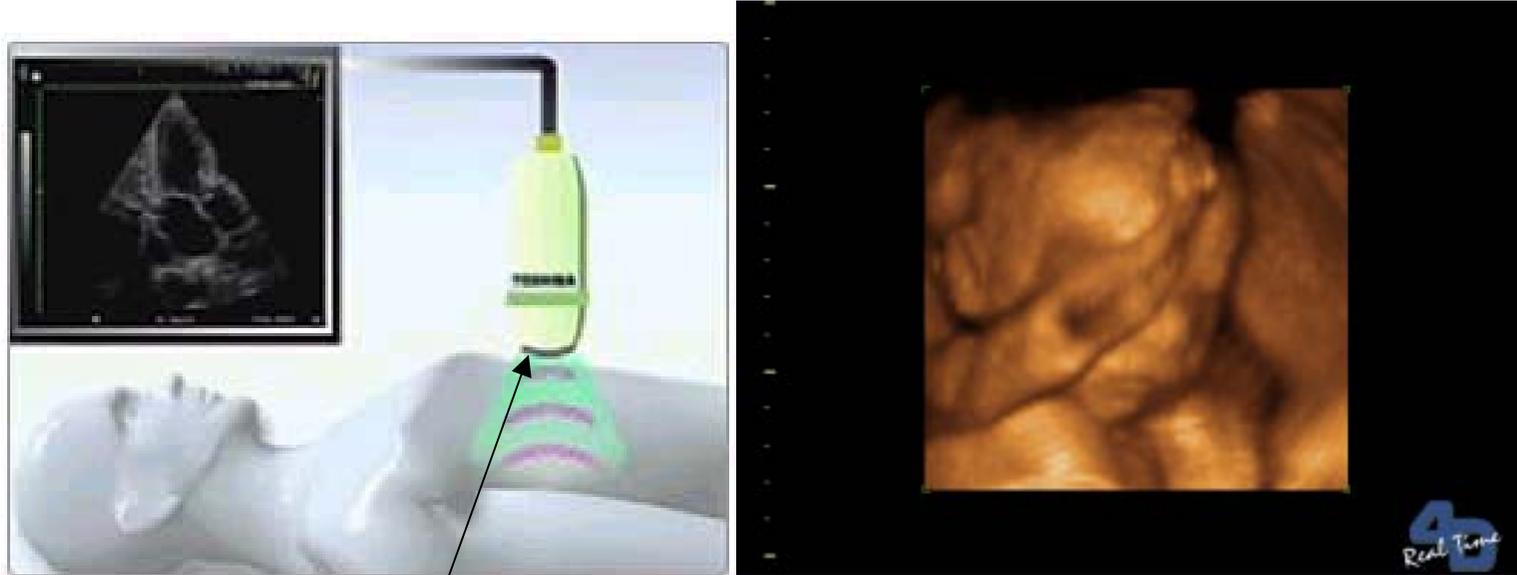
魚群探知機



電波は水の中は伝わらない



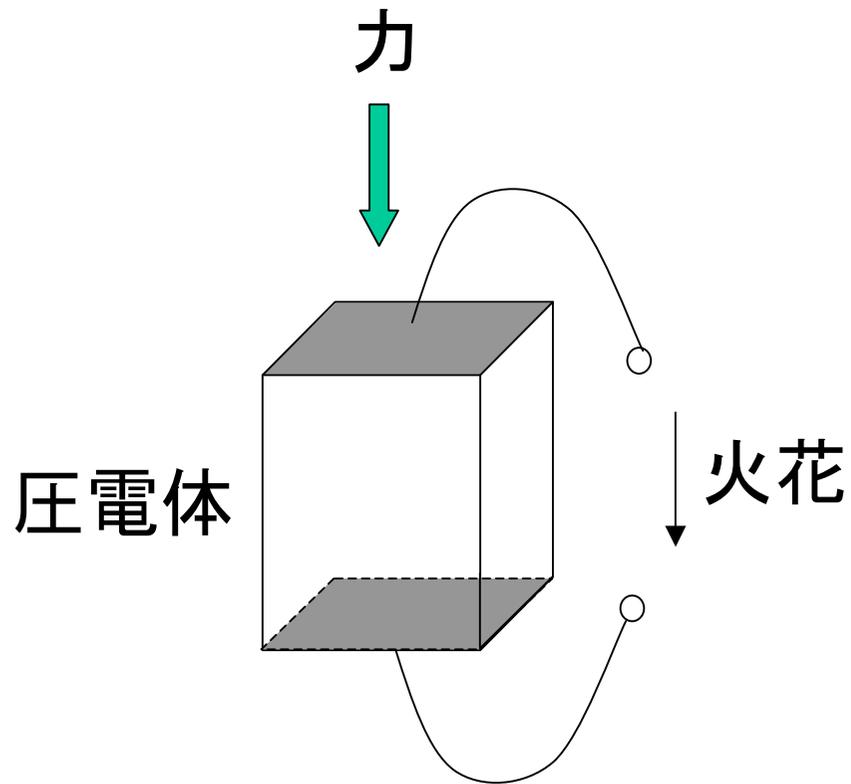
超音波診断装置



超音波トランスジューサーアレイ

- 通常の電波では画像悪(分解能無し)
- 光は人体を伝わらない
- X線(波長の短い電磁波)は胎児に悪影響

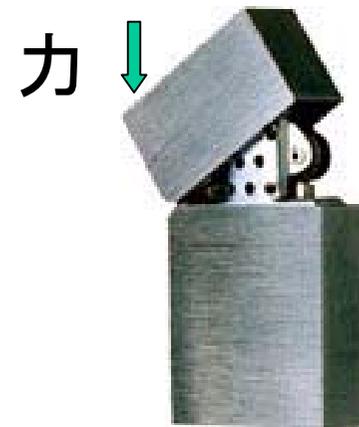
圧電体（力 → 電気変換）



ガス点火装置



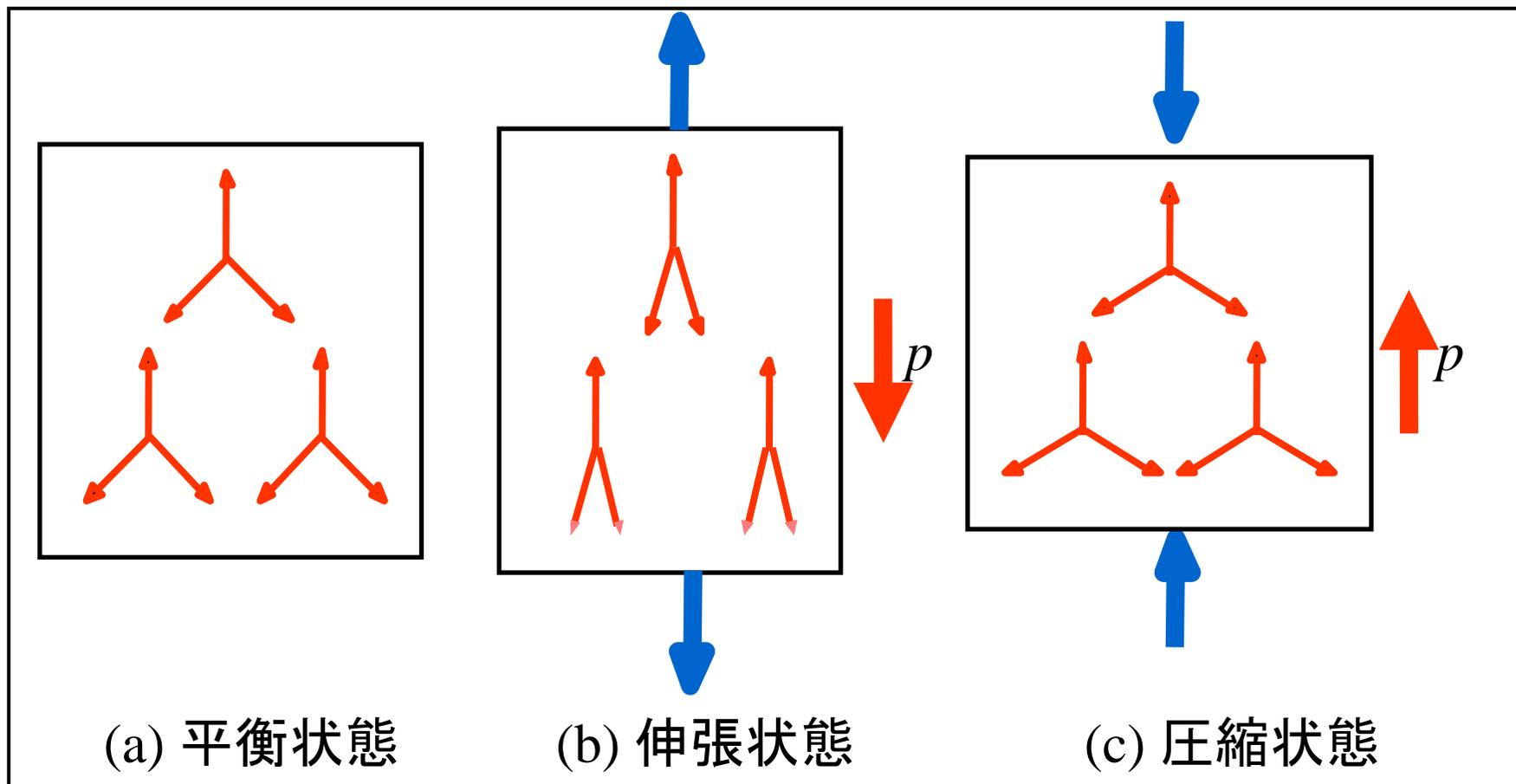
電子ライター（圧電ライター）



圧電性

応力 (歪) \propto 電界 (電束)

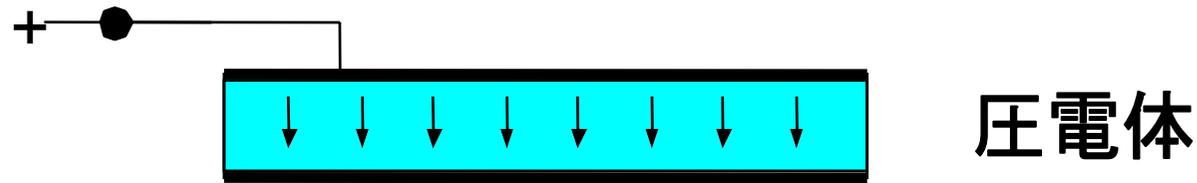
注意：2次の効果は圧電性と呼ばない



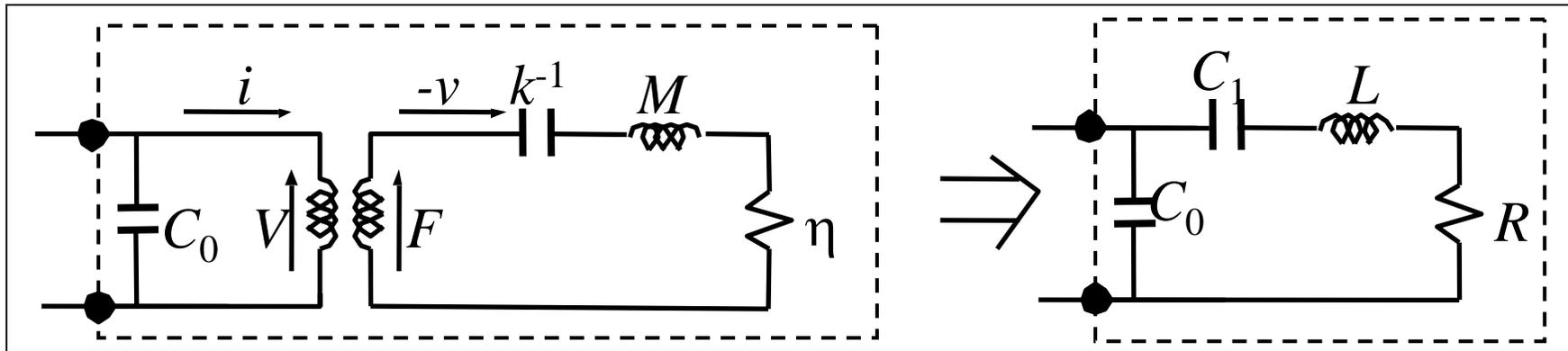
結晶構造の非対称性が必須

結晶の方位により特性が変化(異方性)

圧電板に電圧をかけると



$$M \frac{dv}{dt} + \eta v + k \int v dt = F \propto V$$

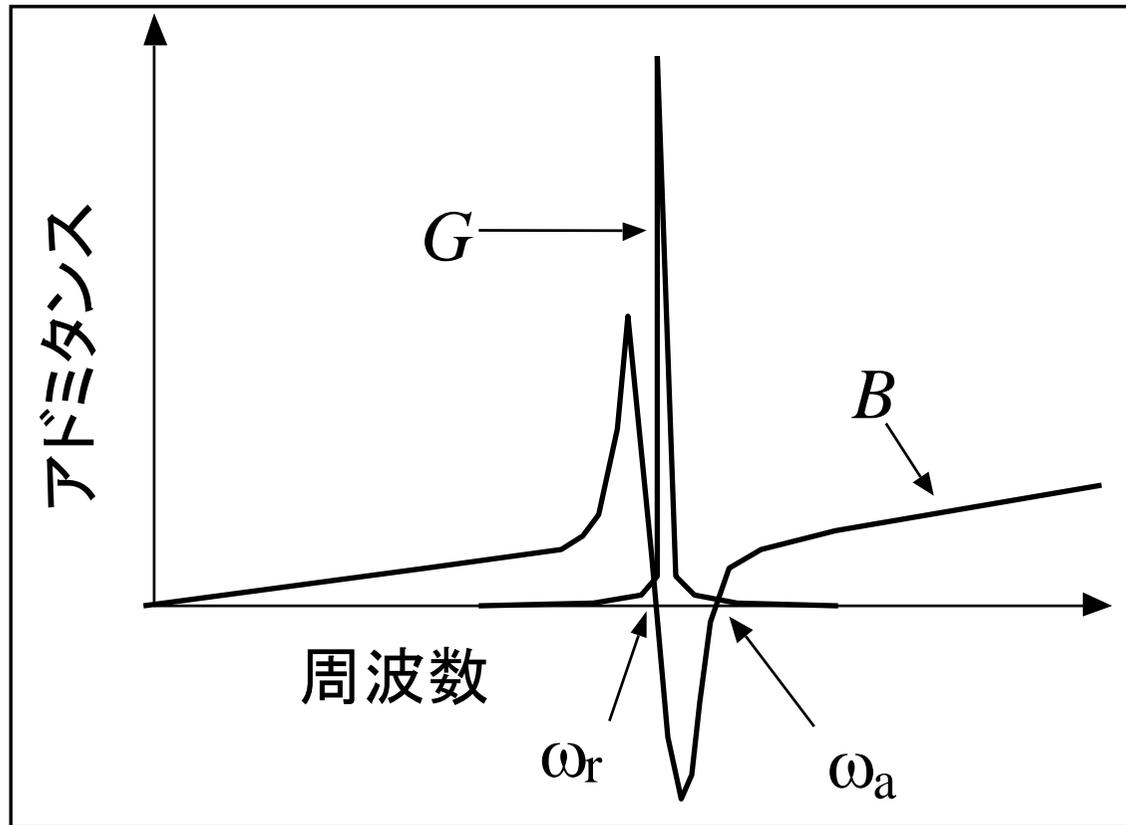


(a) 電圧⇔力等価回路

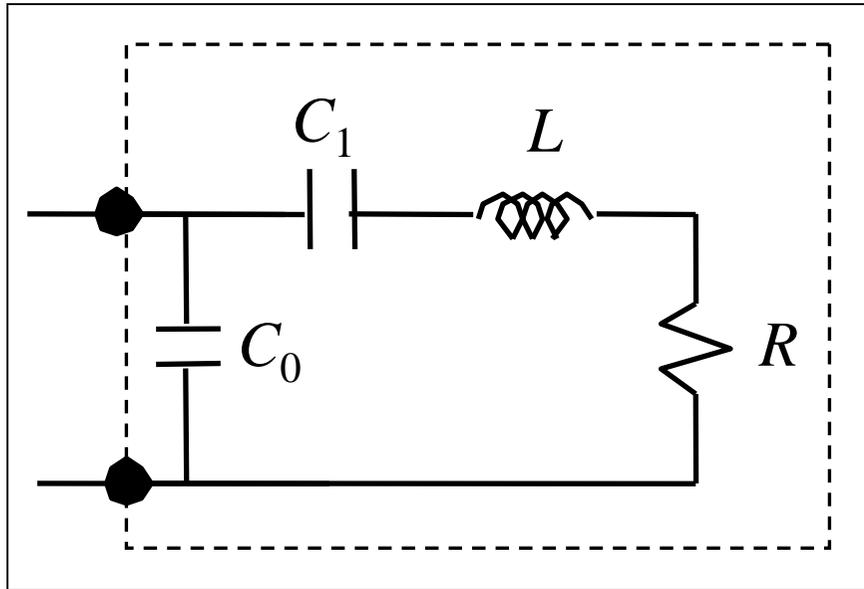
(b) 等価回路

相似な関係: $M \Leftrightarrow L, \eta \Leftrightarrow R, k \Leftrightarrow 1/C$

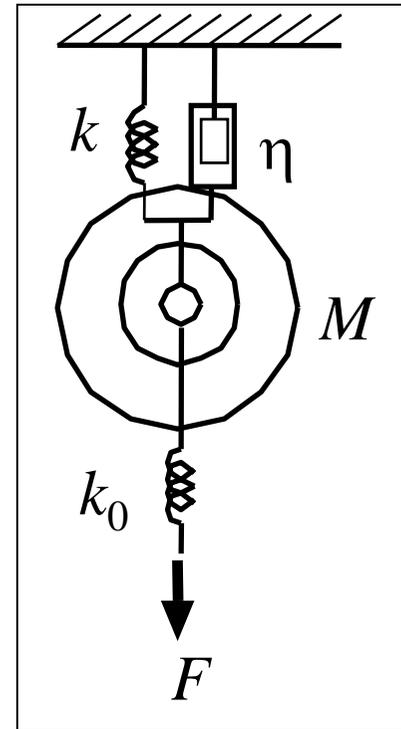
機械的共振を電氣的共振として検出



- 共振(直列共振)周波数 $\omega_r = 1/\sqrt{C_1 L}$
- 反共振(並列共振)周波数 $\omega_a = 1/\sqrt{L(C_1^{-1} + C_0^{-1})^{-1}}$



(a) 電氣的等価回路



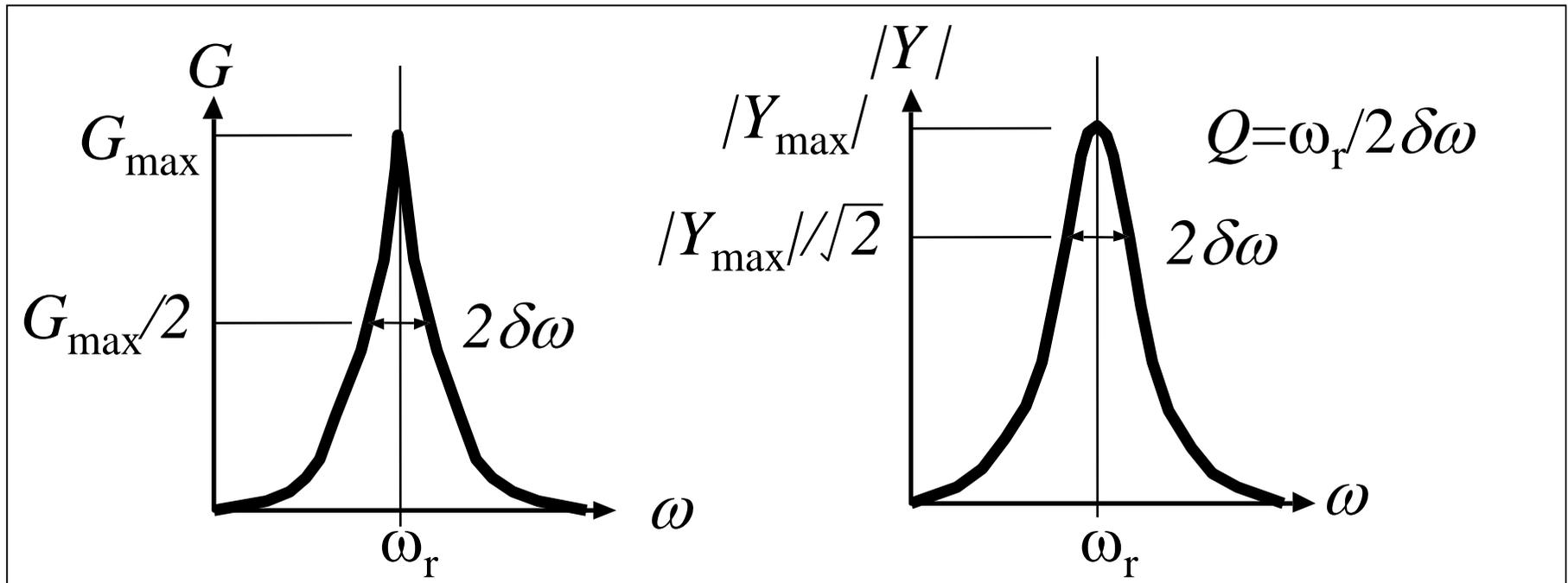
(b) 機械的等価回路

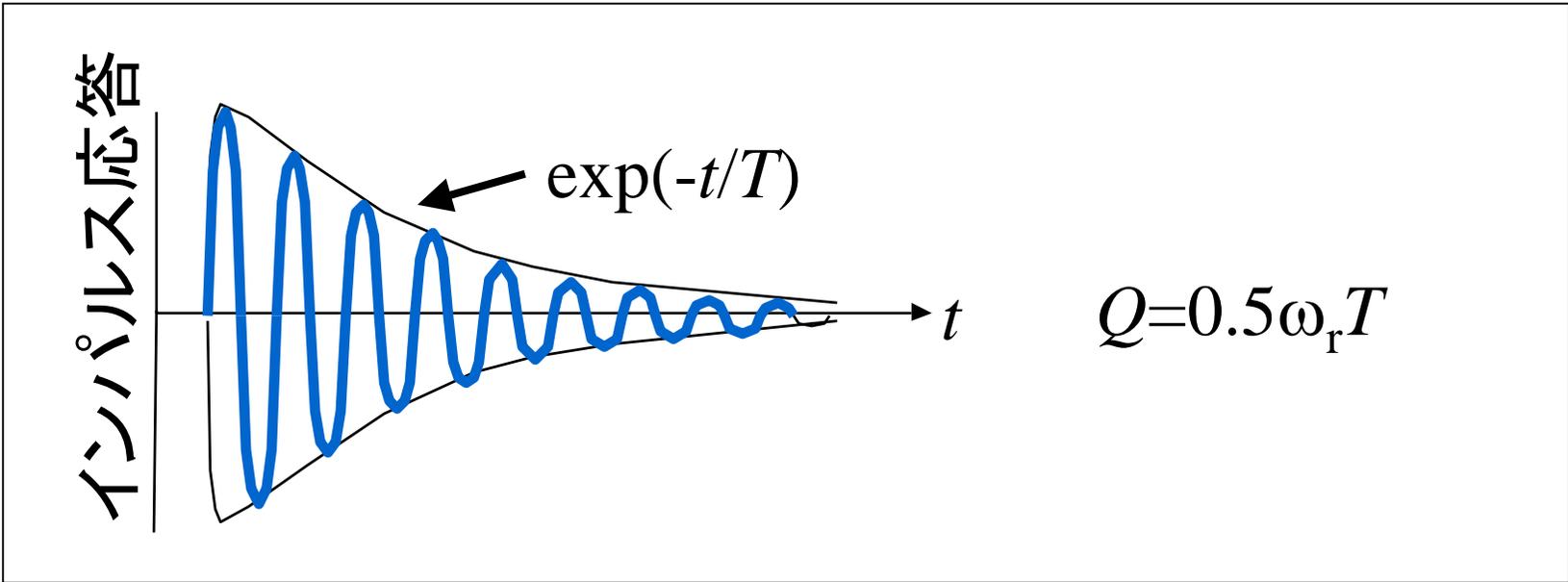
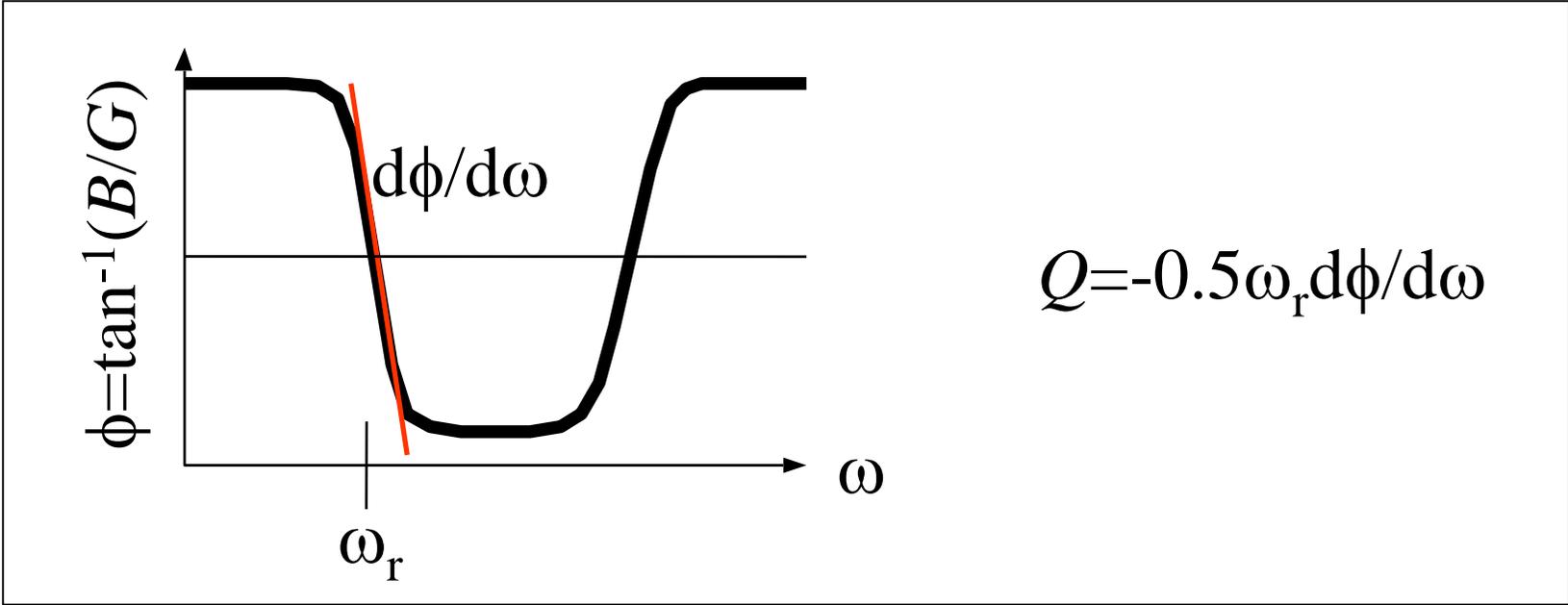
- 共振周波数 $\omega_r = 1/\sqrt{C_1 L}$
- 反共振周波数 $\omega_a = 1/\sqrt{L(C_1^{-1} + C_0^{-1})}$
- 共振 Q (共振先鋭度) $Q = \omega_r L / R$

Qとは?

$$Q = 2\pi \frac{\text{蓄積エネルギー}}{\text{一周期で失うエネルギー}}$$

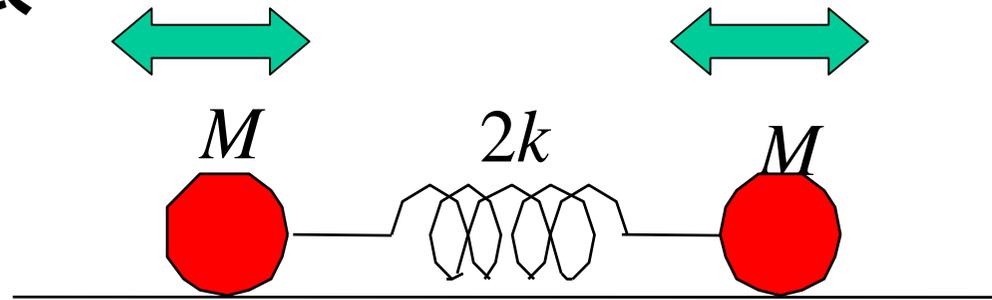
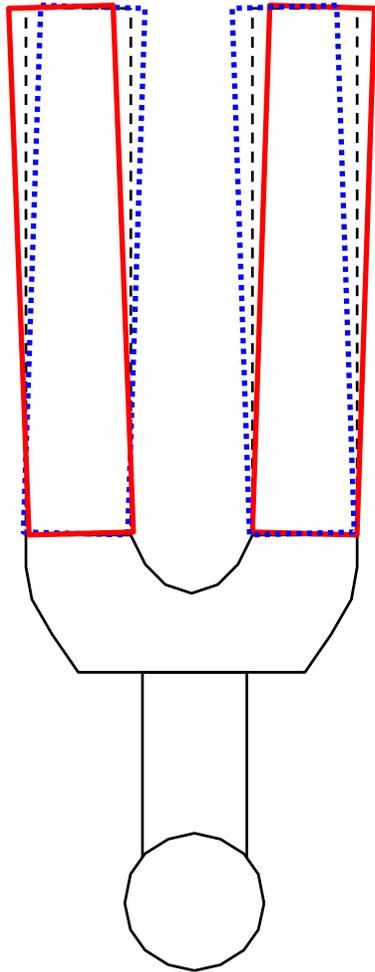
$$Y \propto \frac{j}{(j\omega/\omega_r)^2 + 1 + (j\omega/\omega_r)/Q} \approx \frac{j}{1 - (\omega/\omega_r)^2 + j/Q} \quad \text{--- } = \pm 1/Q$$





音響的共振

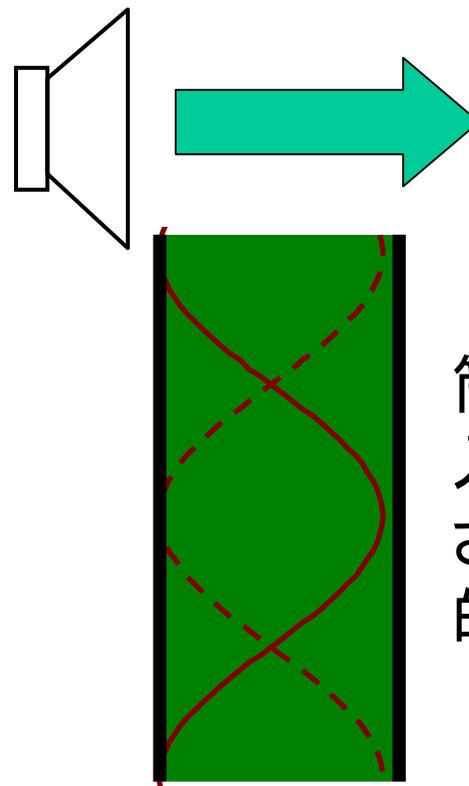
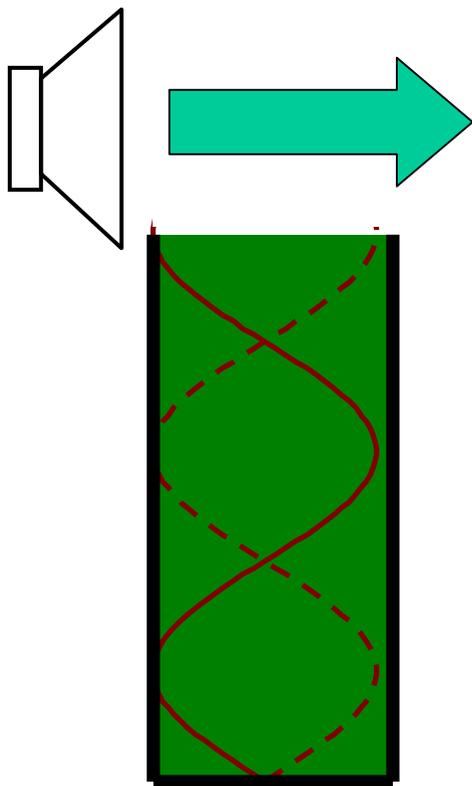
音叉



共振周波数

$$\omega = \sqrt{k / M}$$

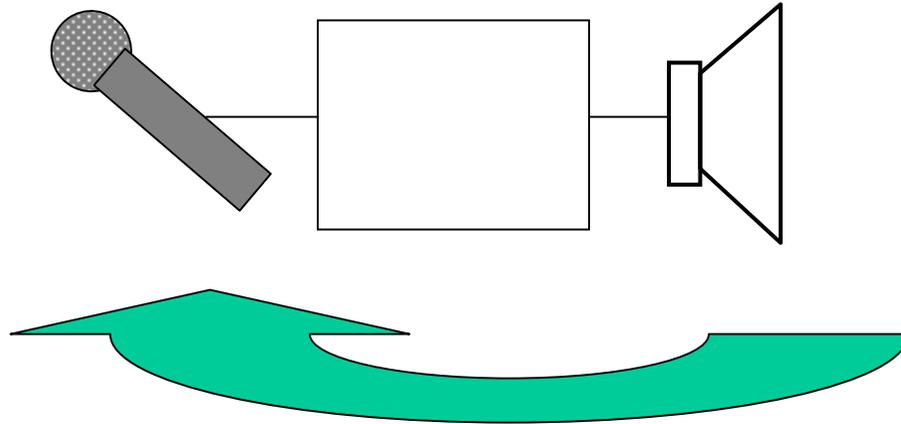
圧電体で音叉を作れば？



筒の中に音を入れるのに小さな力=実効的に柔らかい

音が出し易い周波数は？

ハウリング

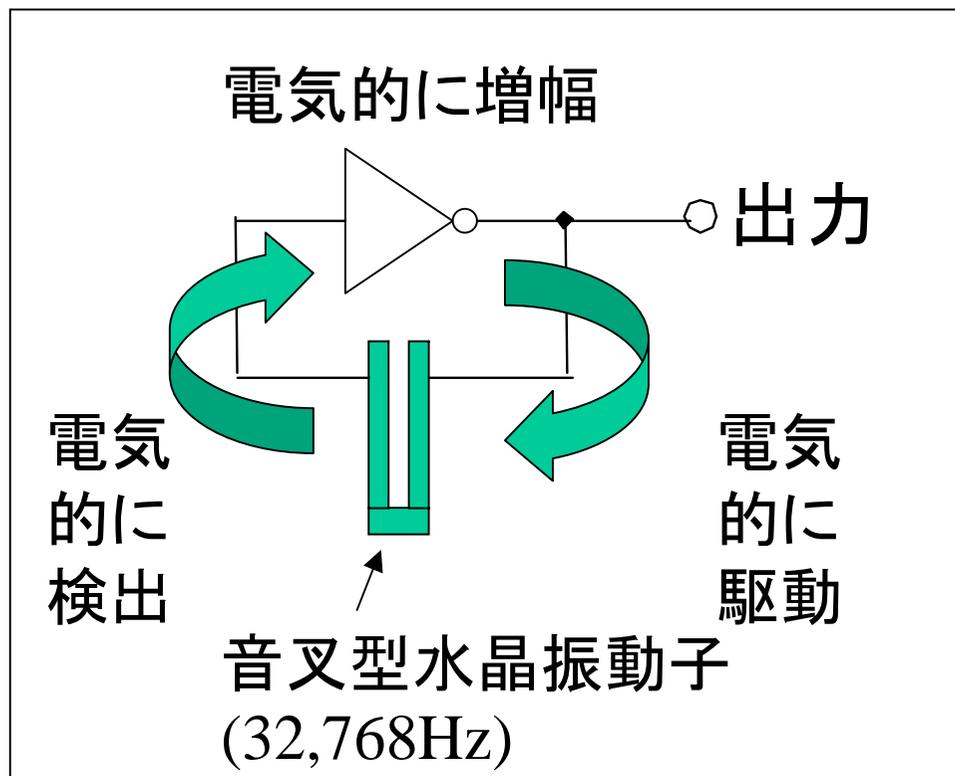


入れた音より戻ってきた音が大きかったら（振幅条件）



入れた音と戻ってきた音が足し合う周波数で発振（振幅条件）

時計用発振回路

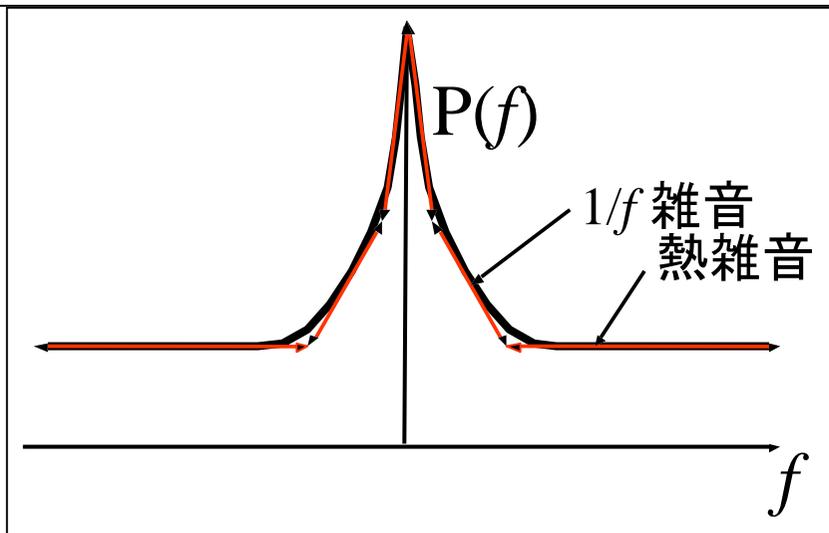


水晶:

圧電性有り

温度に対して極めて安定

出力信号を32,768= 2^{15} 回数
数えると1秒



発振の時間的安定性

(干渉性大)

基準発振器の応用例

- ・時計、パソコン、マイコンのクロック
- ・携帯電話
- ・テレビ、エアコン等のリモコン
- ・自動車のキーレスエントリー
- ・タイヤ圧力モニター (TPMS)

時計



パソコン

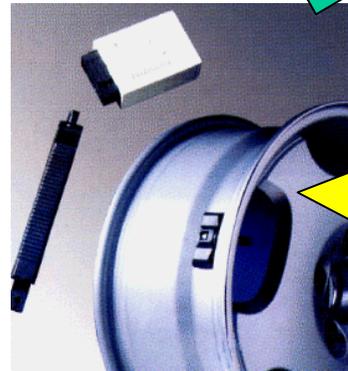


ドアのロックオンオフ

■ TPMSの具体例

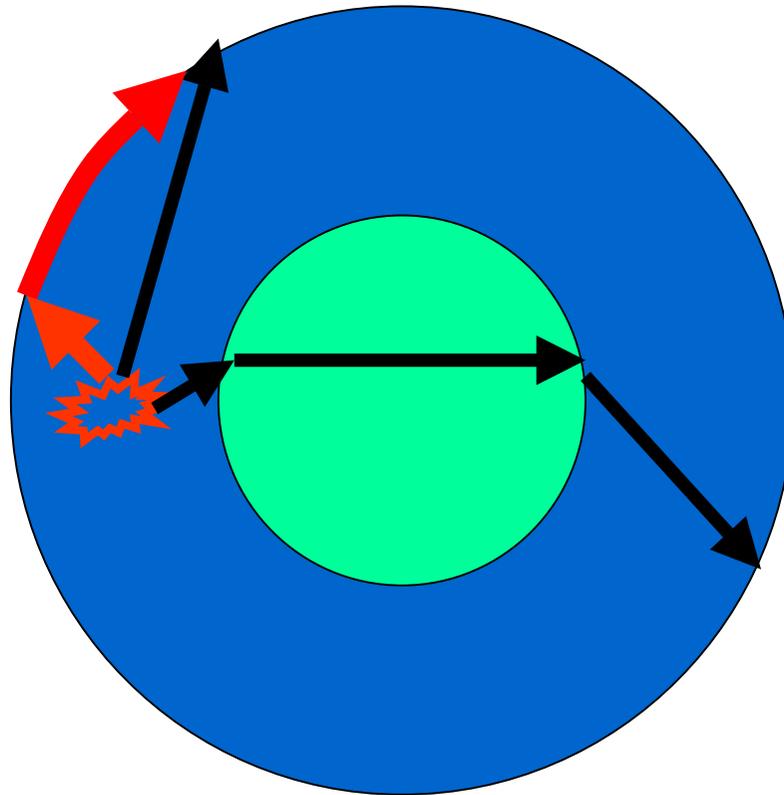
市場環境

アメリカで2003年
11月からの搭載
義務で市場成長



自動車車体に通信





地球内の地震の伝達

バルク波(BAW):
固体内部を伝わる
弾性波

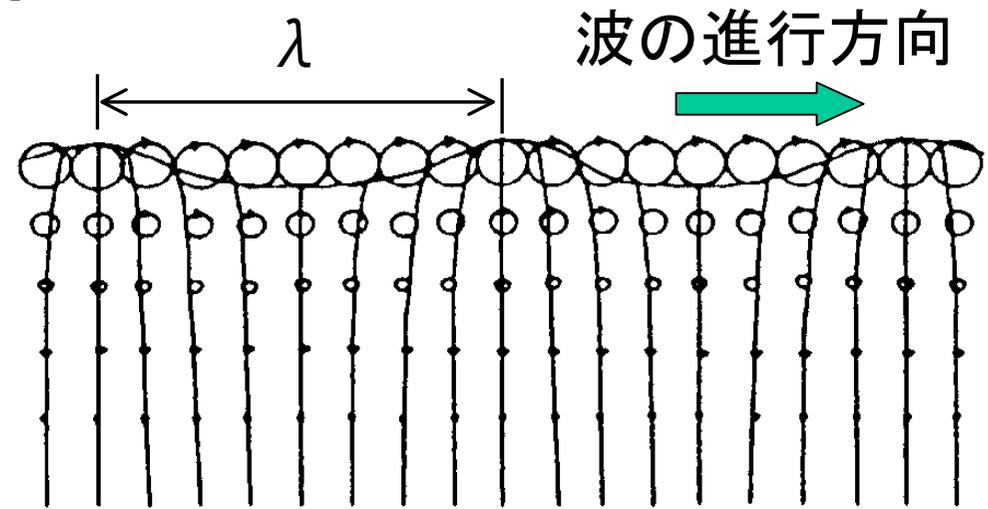
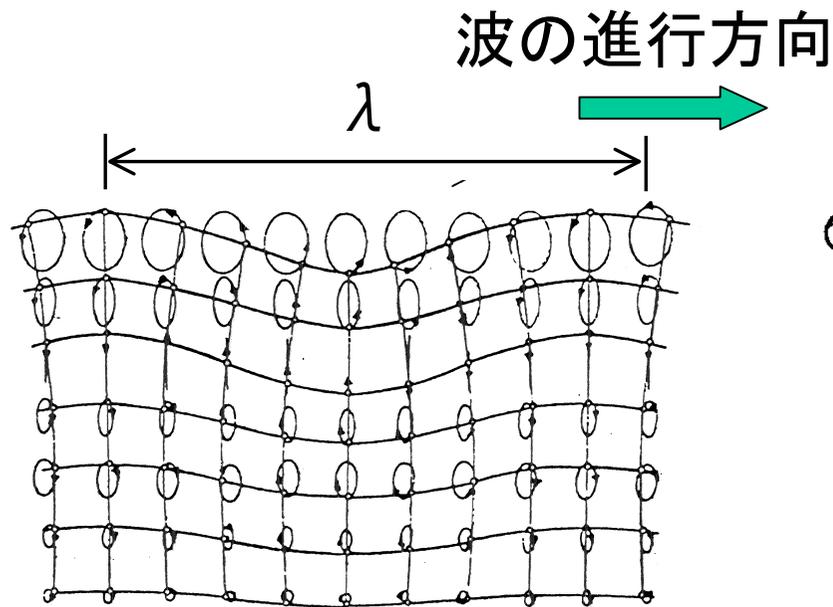
縦波+横波

弾性表面波(SAW):
固体表面付近を伝
わる弾性波
(Rayleigh Wave)

レイリー波 (SAW) と水の粒子の伝搬の違い

レイリー波

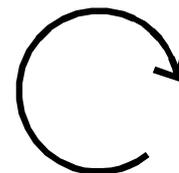
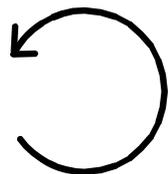
水



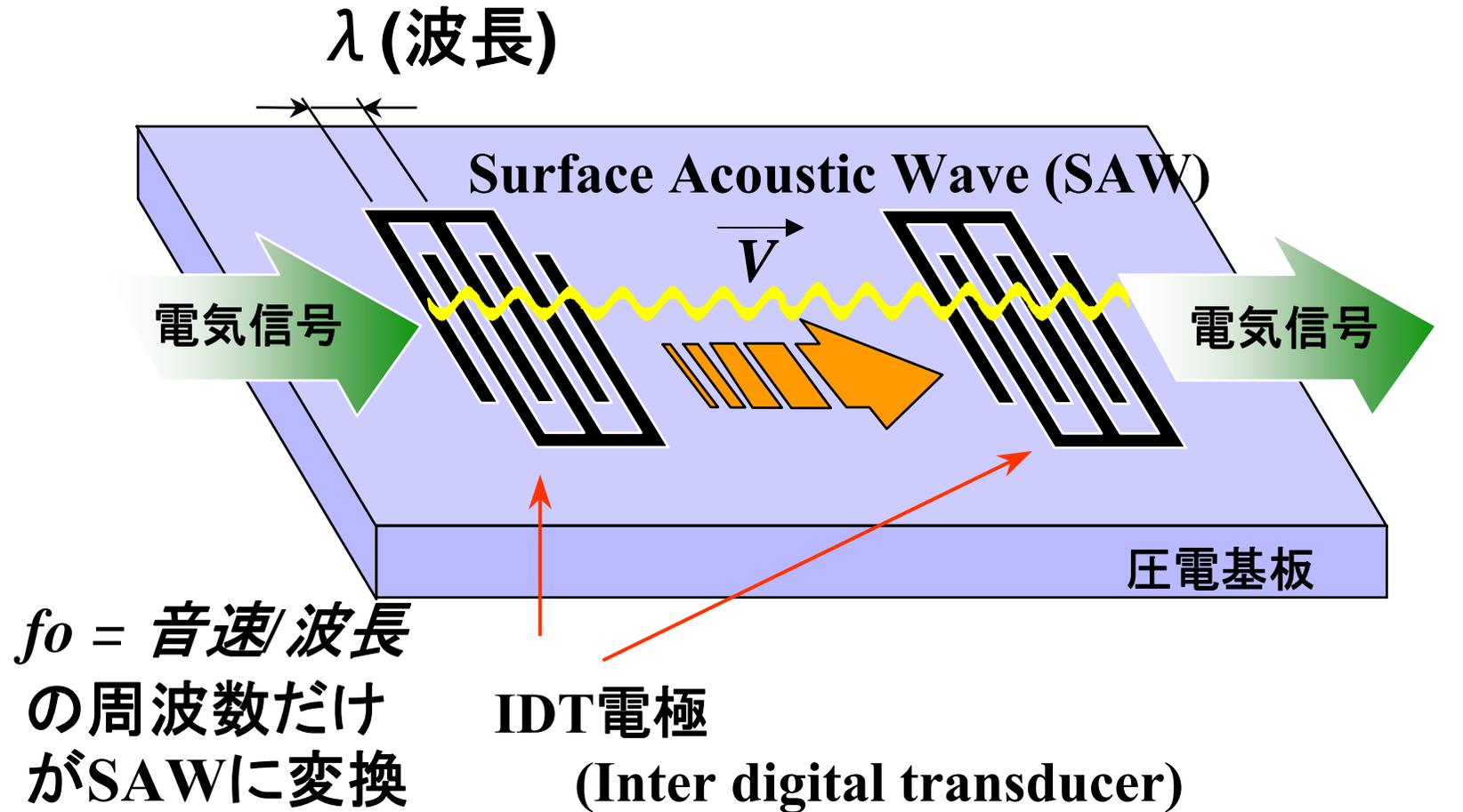
レイリー波の変位分布

(水の粒子は、前方円運動している)

粒子の回転方向



SAWフィルタの原理(所望の周波数を取り出すのに使用)



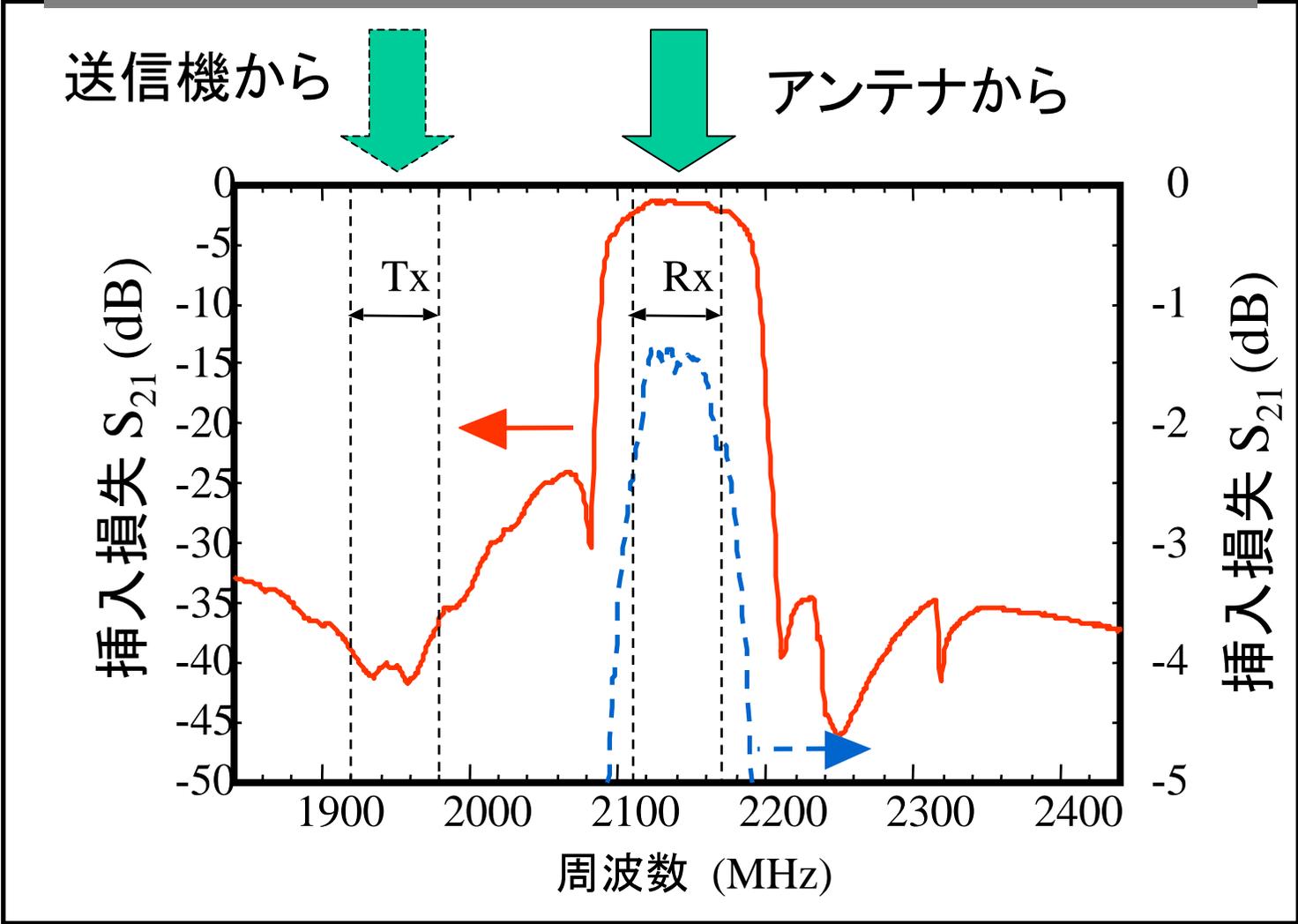
$f_0 = \text{音速} / \text{波長}$ の周波数
だけが取り出される 88

弾性表面波(SAW)デバイス



- フトリソグラフィにより大量生産可能
- 高周波、低損失、高い温度安定性
- 小型、低価格
- 20億個/年

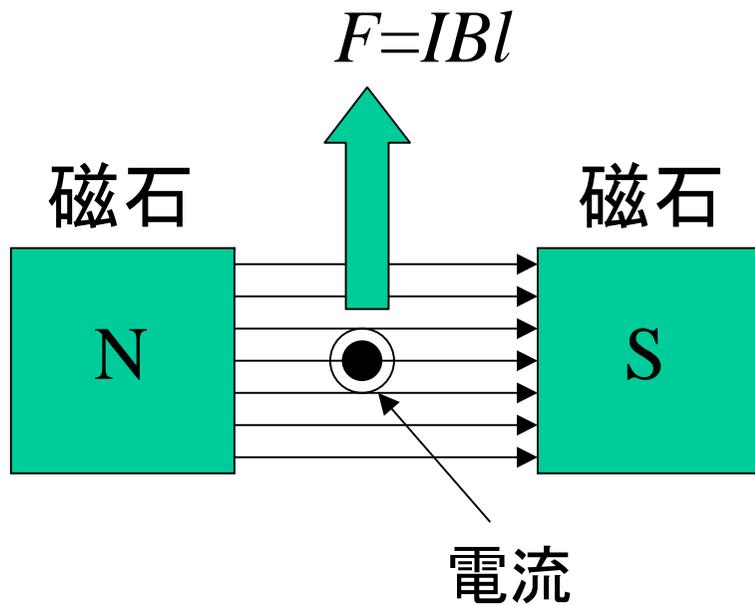
SAWフィルタの周波数特性



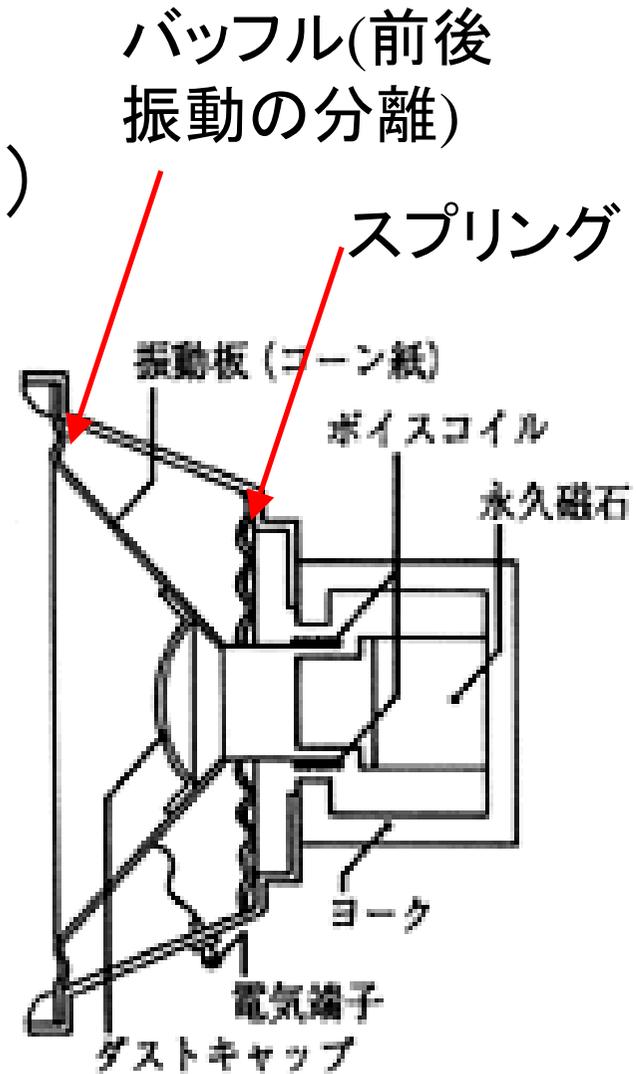
富士通メディアデバイス提供
W-CDMA用フロントエンド (Rx) フィルタ

電磁変換

電磁力 (電流 → 力 変換)



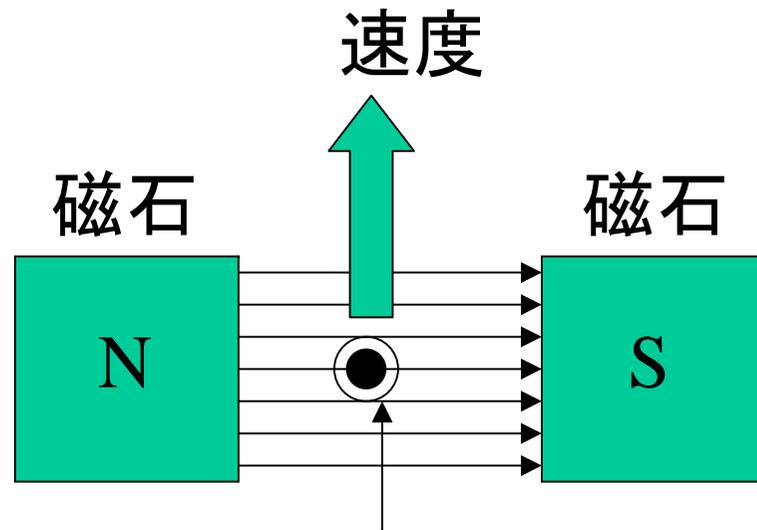
逆起電力: $V = vBl$



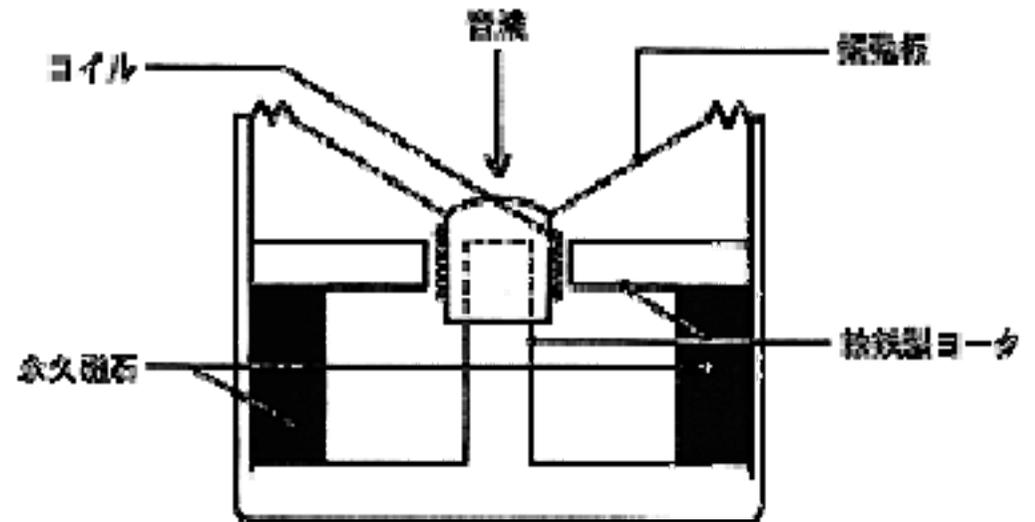
電磁スピーカの構造

電磁逆変換

電磁誘導（力 → 電圧変換）



逆起電力: $V = vBl$

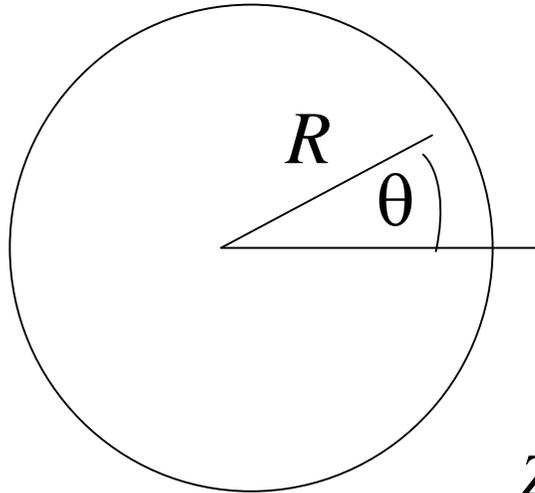


電磁マイクロホンの構造

力 × 速度 = 起電力 × 電流 (= 電力)

運動パワー ⇔ 電気パワー

円形平板音源の放射インピーダンス



$$\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{v_0}{2\pi r} \exp(-j\beta r) R' d\theta' dR'$$

ここで

$$r = \sqrt{(R \cos \theta - R' \cos \theta')^2 + (R \sin \theta - R' \sin \theta')^2}$$

実効的な機械インピーダンス Z_r

$$Z_r = \frac{pS}{v_0} = j\omega\rho v_0^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^a \phi R d\theta dR$$

$$= \pi a^2 z_0 \left[1 - \frac{J_1(2\beta a)}{\beta a} + j \frac{K_1(2\beta a)}{2(\beta a)^2} \right]$$

$$Z_r \approx \begin{cases} \pi a^2 r_0 \left[\frac{(\beta a)^2}{2} + j \frac{8(\beta a)}{3\pi} \right] & (\beta a \ll 1) \\ \pi a^2 r_0 & (\beta a \gg 1) \end{cases} \quad 93$$

円形平板音源の機械インピーダンス

$\omega \ll V/a$ の時: $Z_r \propto \omega^2$

$\omega \gg V/a$ の時: Z_r 一定

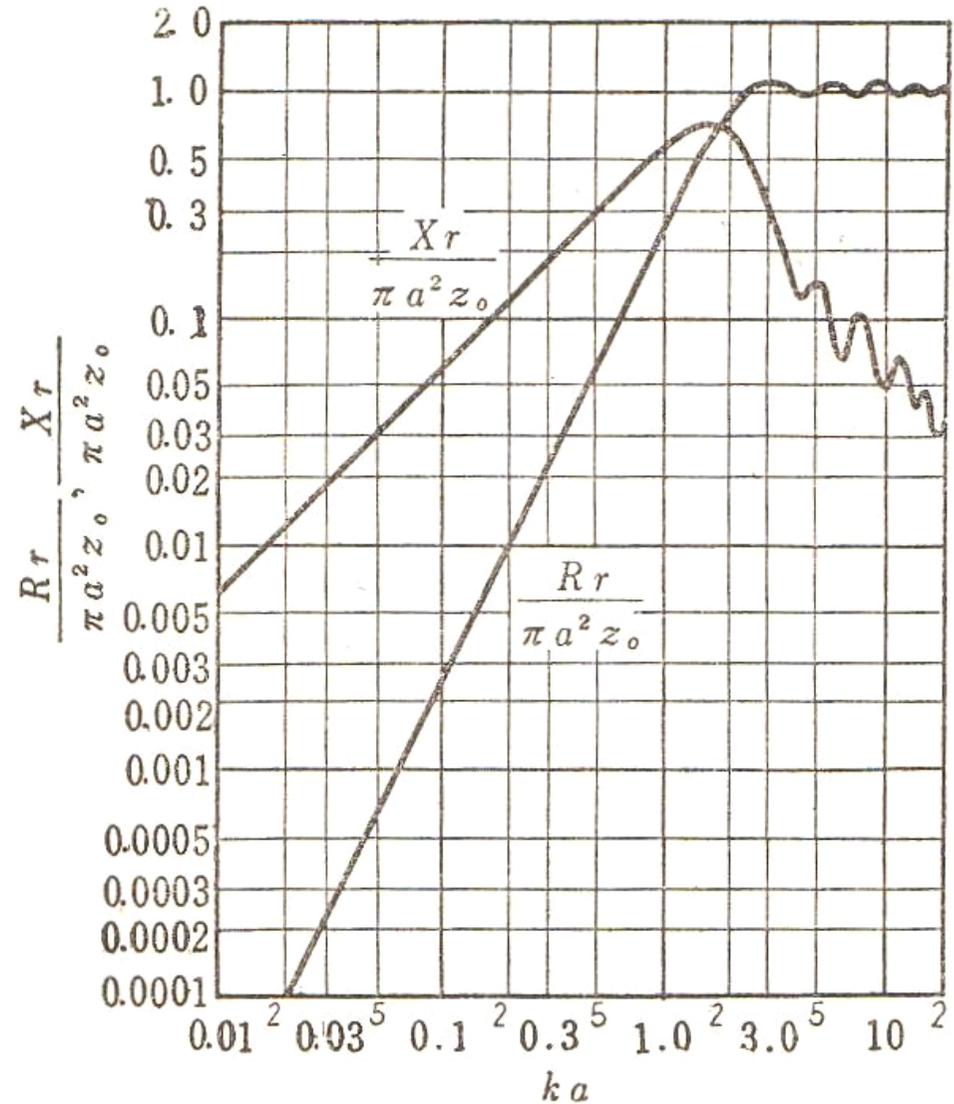
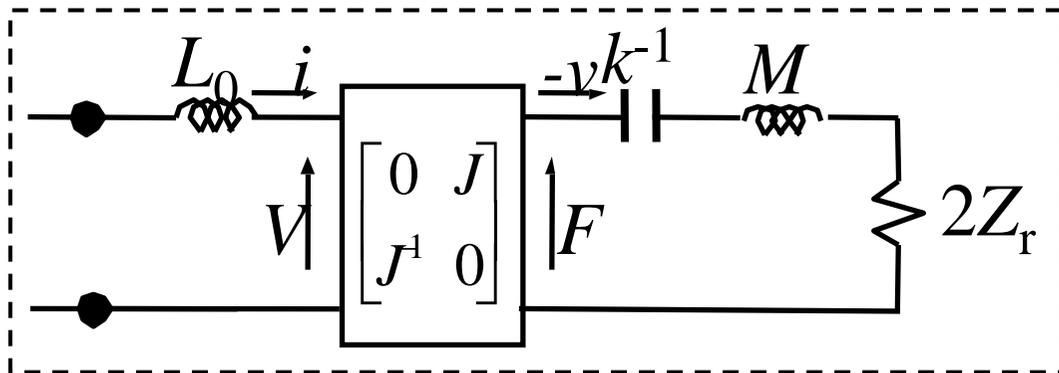


図 4.8 円形平面音源の放射インピーダンスの ka による変化

$$Z_r = \pi a^2 z_0 \left[1 - \frac{J_1(2\beta a)}{\beta a} + j \frac{K_1(2\beta a)}{2(\beta a)^2} \right]$$

前後方放射間の干渉をなくすためには？

無限大バツフル

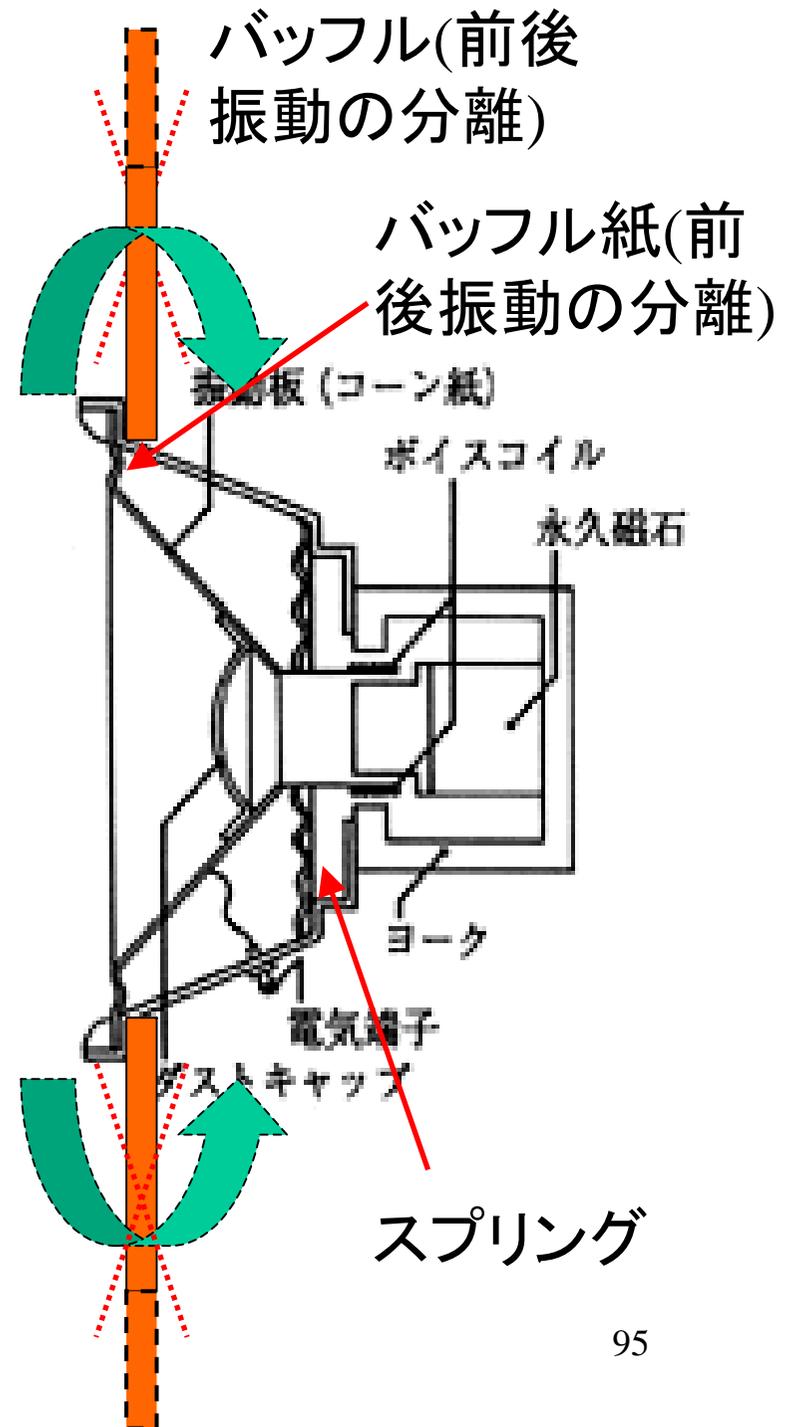


M : ボイスコイルとコーン紙の質量

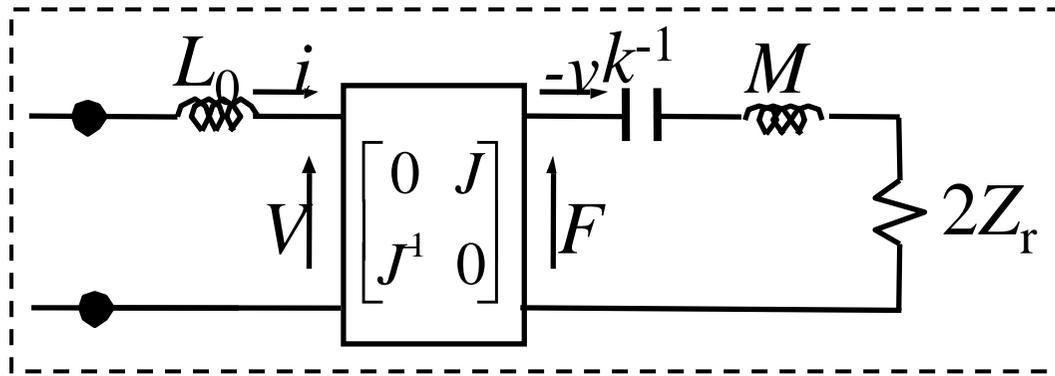
k : ばね定数

Z_r : 放射の機械インピーダンス

J : $(Bl)^{-1}$



電磁スピーカの放射特性



$$Z = j\omega L_0 + (Bl)^2 / (2Z_r + j\omega M + k / j\omega)$$

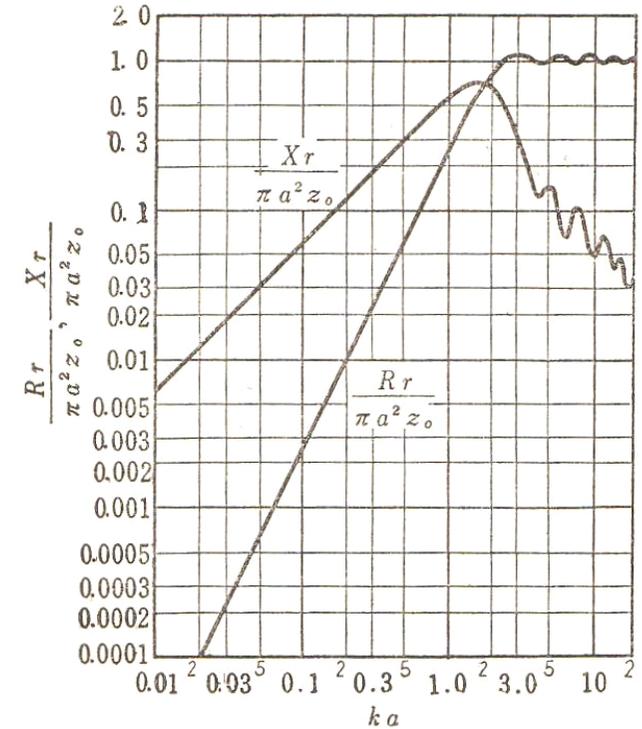
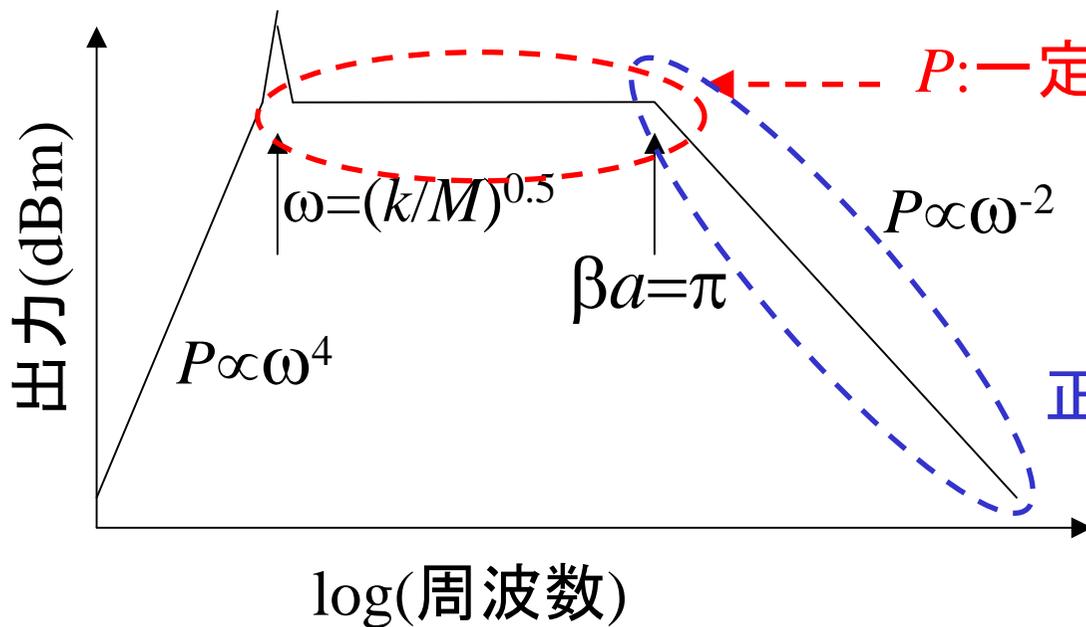


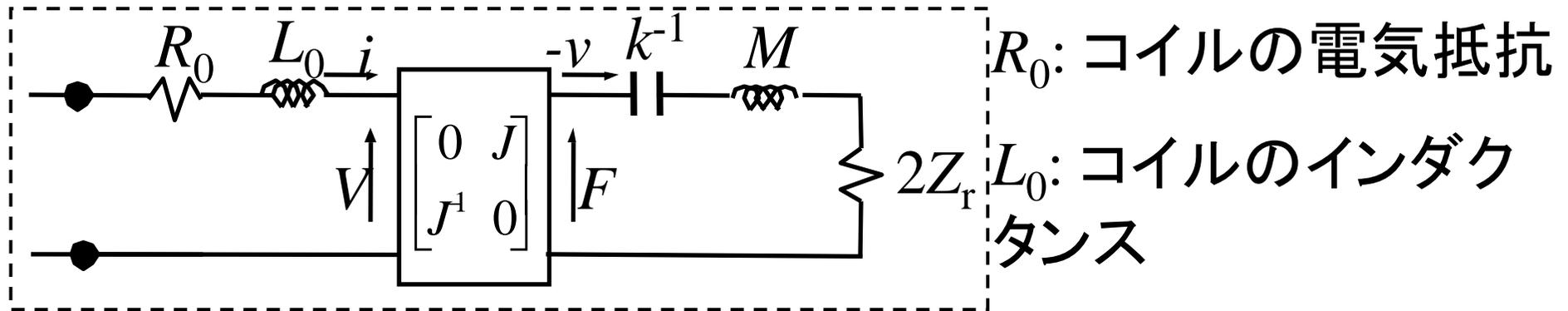
図 4.8 円形平面音源の放射インピーダンスの ka による変化



$\omega L_0 \ll (Bl)^2 / \omega M$ の時

正面での音圧一定

入力インピーダンス



$$Z = R_0 + j\omega L_0 + \frac{(Bl)^2}{2Z_r + j\omega M + k / j\omega}$$

$$\cong R_0 + j\omega L_0 + \frac{(2Z_r - j\omega M)(Bl)^2}{(\omega M)^2} \quad (P \text{一定動作時、}|Z_r| \ll \omega M)$$

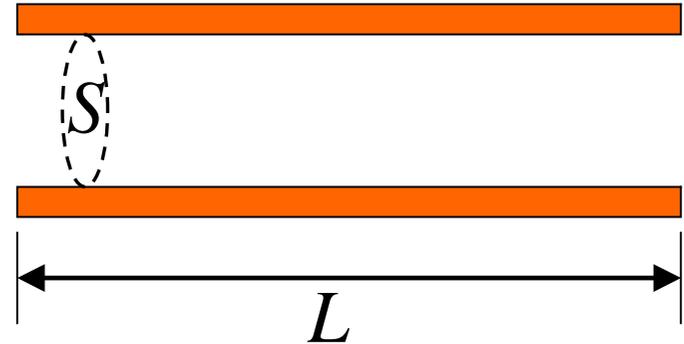
電力利用効率を上げるには？

R_r 増加、 R_0 低減、 Bl 増加

波長よりも十分小さなダクト
の機械インピーダンスは？

$$pS = (\rho SL) \dot{v}$$

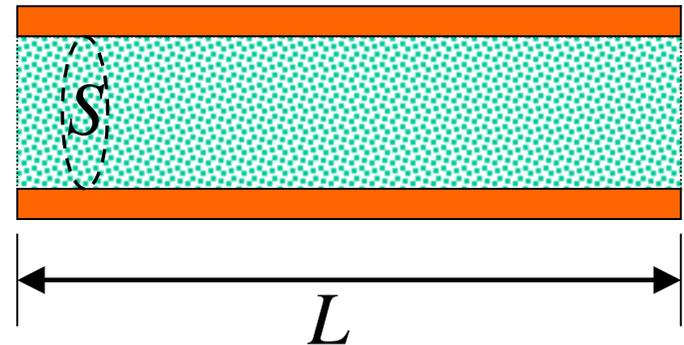
機械的 L と等価



ダクトを吸音材に詰めた場合
の機械インピーダンスは？

$$pS = (\eta SL) v$$

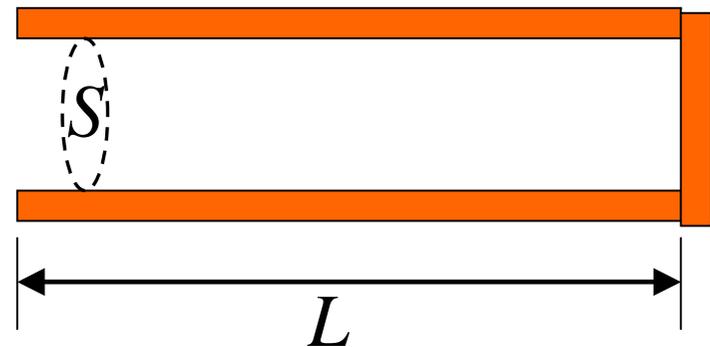
機械的 R と等価



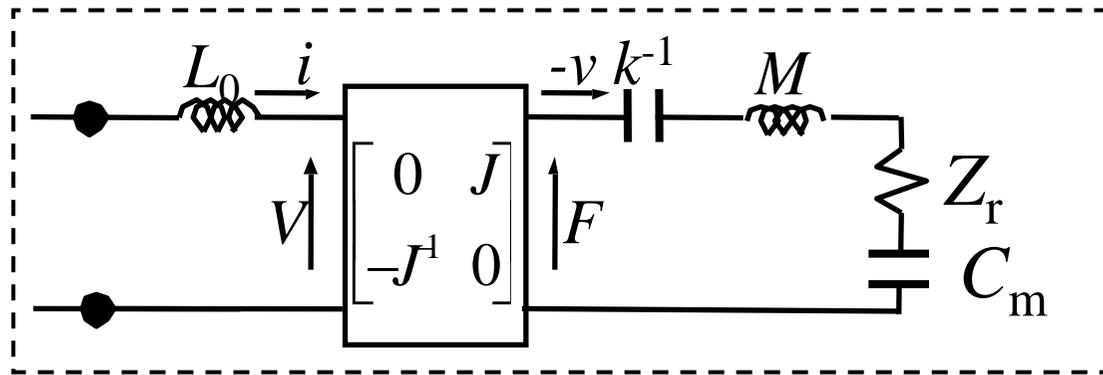
ダクトが閉じた場合の機械イン
ピーダンスは？

$$v = \frac{S^{-1} L}{V^2 \rho} S \dot{p}$$

機械的 C と等価



波長よりも十分小さい密閉箱（密閉バッフル）の音響インピーダンスは？

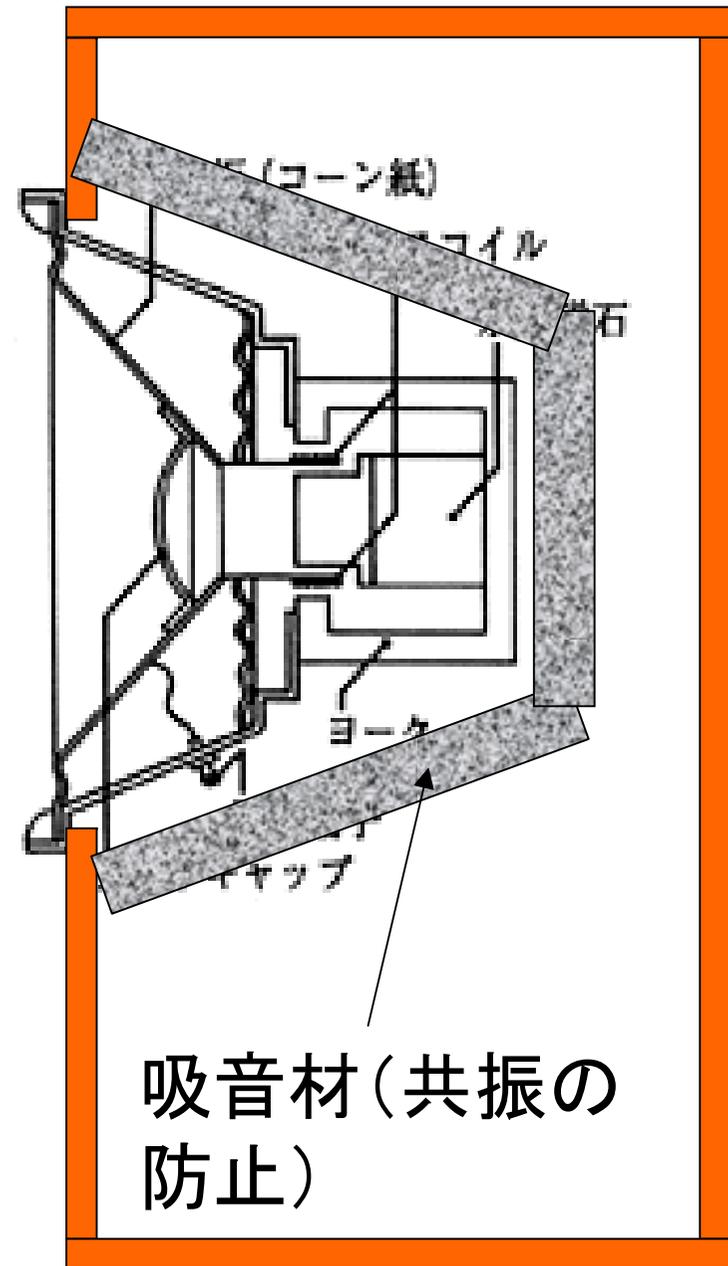


M : ボイスコイルとコーン紙の質量

k : ばね定数

Z_r : 空気の機械インピーダンス

C_m : 密閉箱の音響コンプライアンス



密閉箱のコンプライアンスによる 低域遮断周波数の上昇

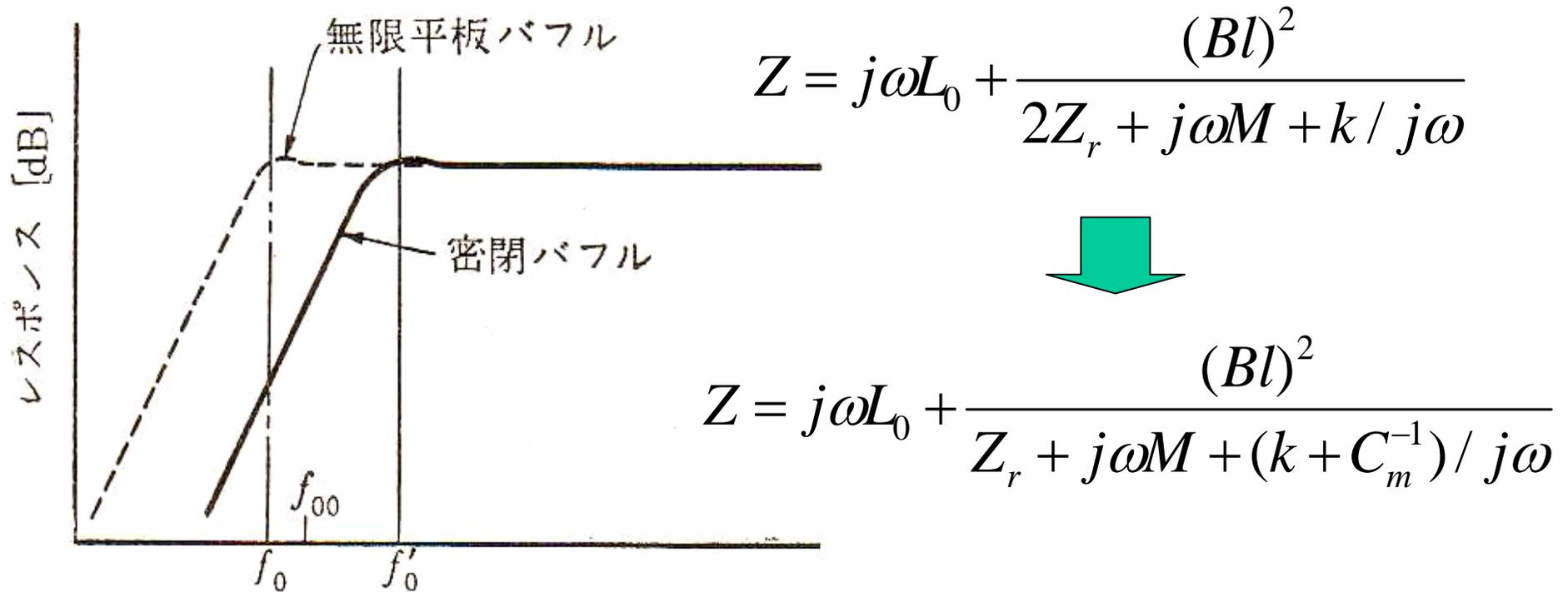
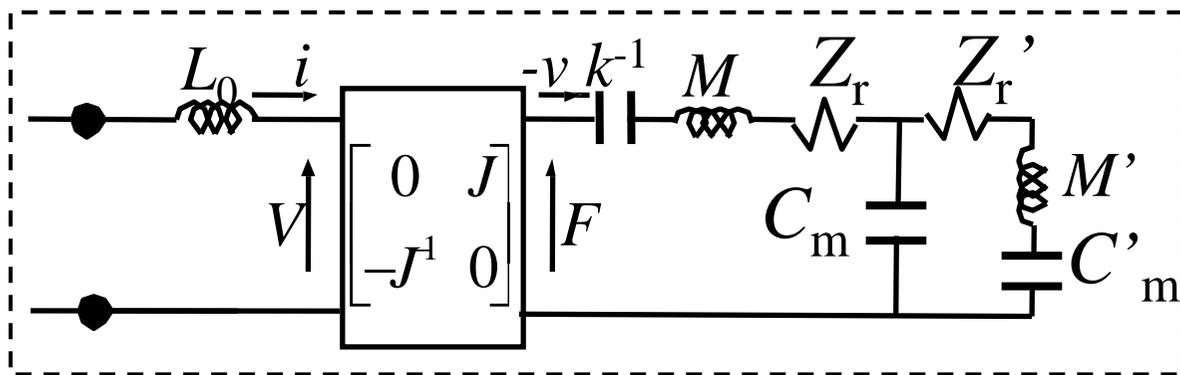


図 10・22 密閉バフルを用いたスピーカのレスポンス周波数特性

位相反転バッフル



M : ボイスコイルとコーン紙の質量

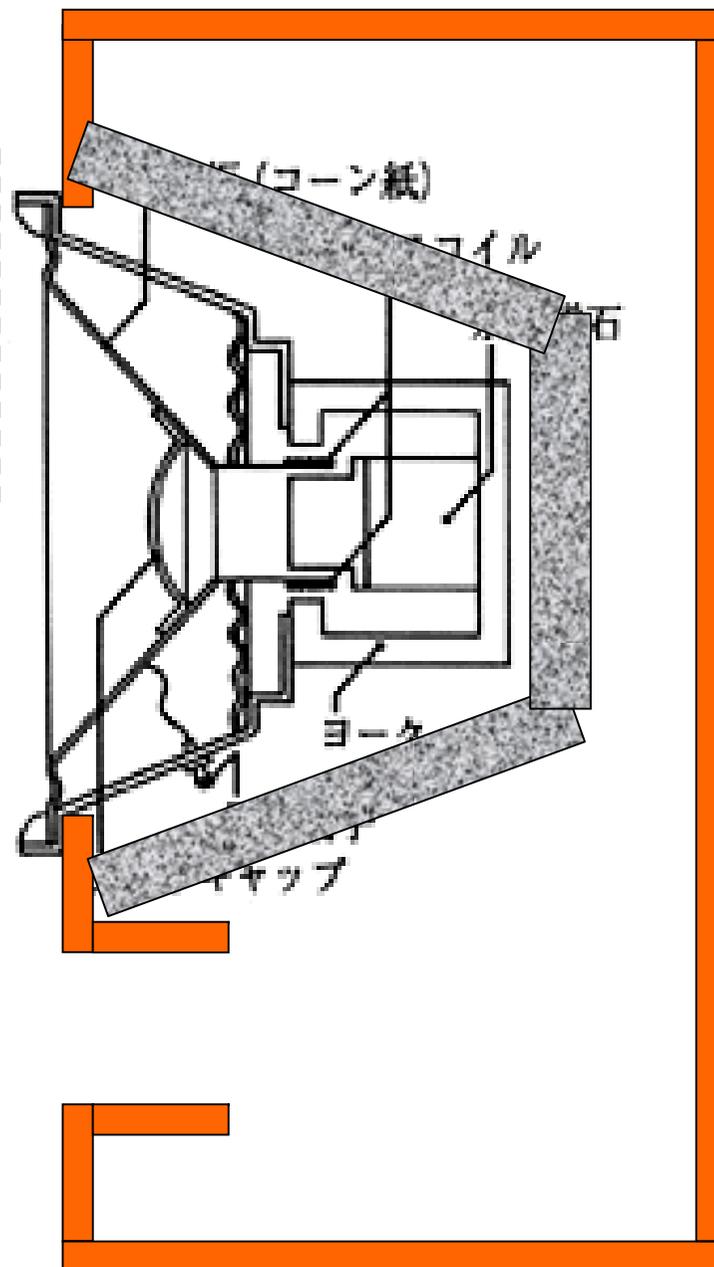
k : ばね定数

Z_m : 空気の機械インピーダンス

C_m : 箱の音響コンプライアンス

M' : ダクト内の空気質量

C'_m : ダクトの音響コンプライアンス



位相反転バフルによる 低域上昇

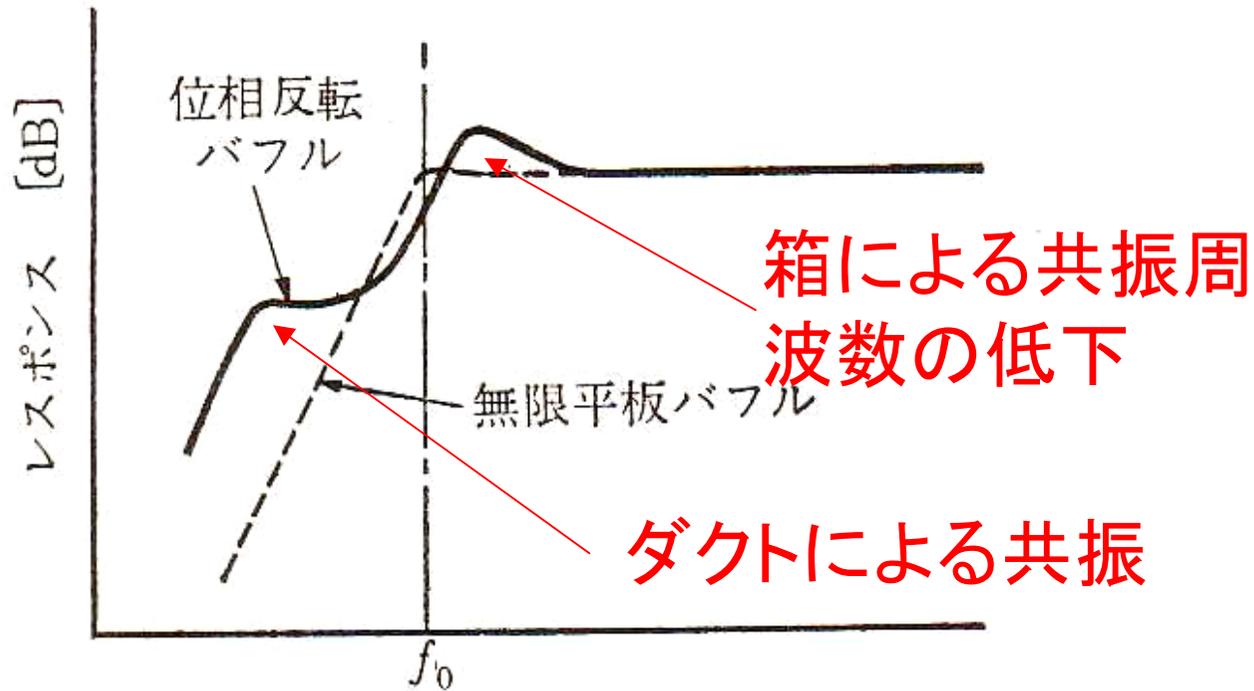
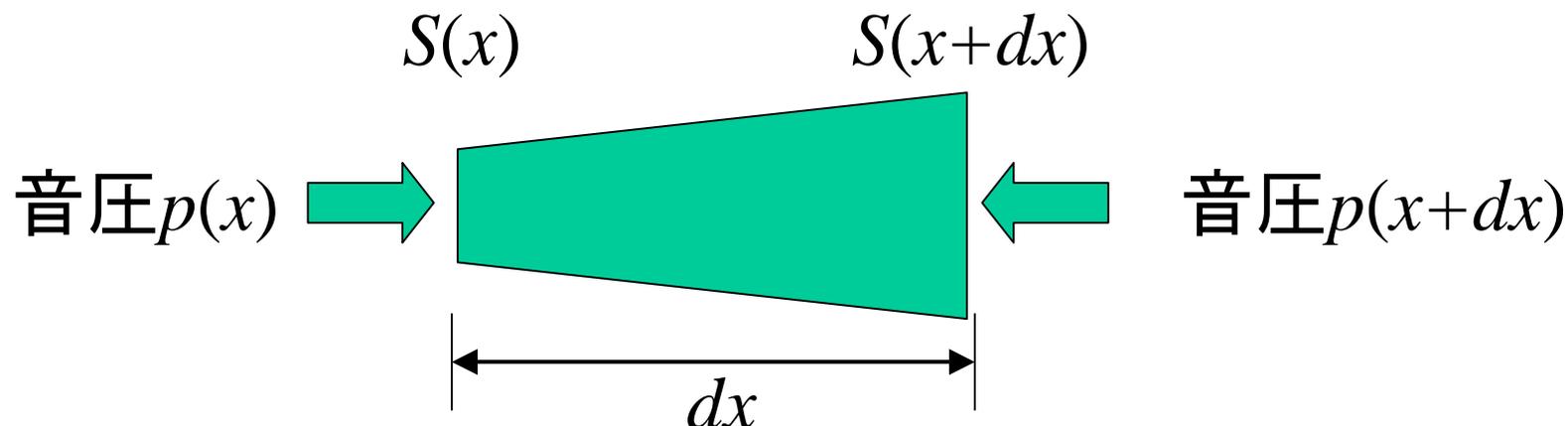


図 10・24 位相反転バフルを用いたスピー
ーカのレスポンス周波数特性

断面積が不均一な場合



運動方程式

$$\rho S \ddot{\mathbf{u}} = -\nabla (Sp) = -p \nabla S - S \nabla p$$

$\mathbf{v} = -\nabla \phi$ フックの法則

$$p = -c \nabla \cdot \mathbf{u}$$

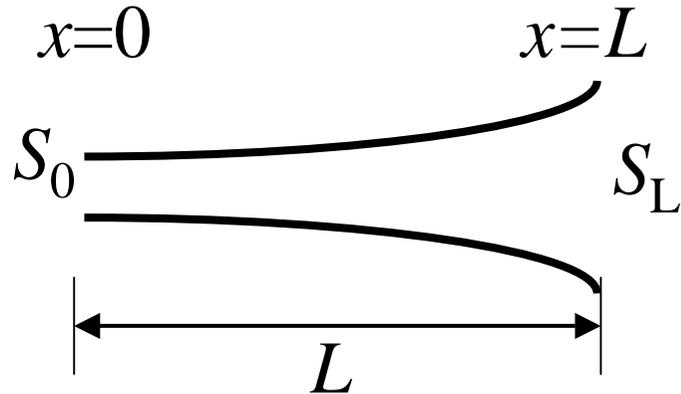
$$(\rho / c) \ddot{\mathbf{u}} = (S^{-1} \nabla S) \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla^2 \mathbf{u}$$

一元の場合

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \beta^2 u = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \left[\beta^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} \right) \right] \phi = 0_{103}$$

エクスポネンシャルホーン



$$S = S_0 \exp(2ax)$$

$$a = (2L)^{-1} \log(S_L / S_0)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + 2a \frac{\partial \phi}{\partial x} + \beta^2 \phi = 0$$

一般解

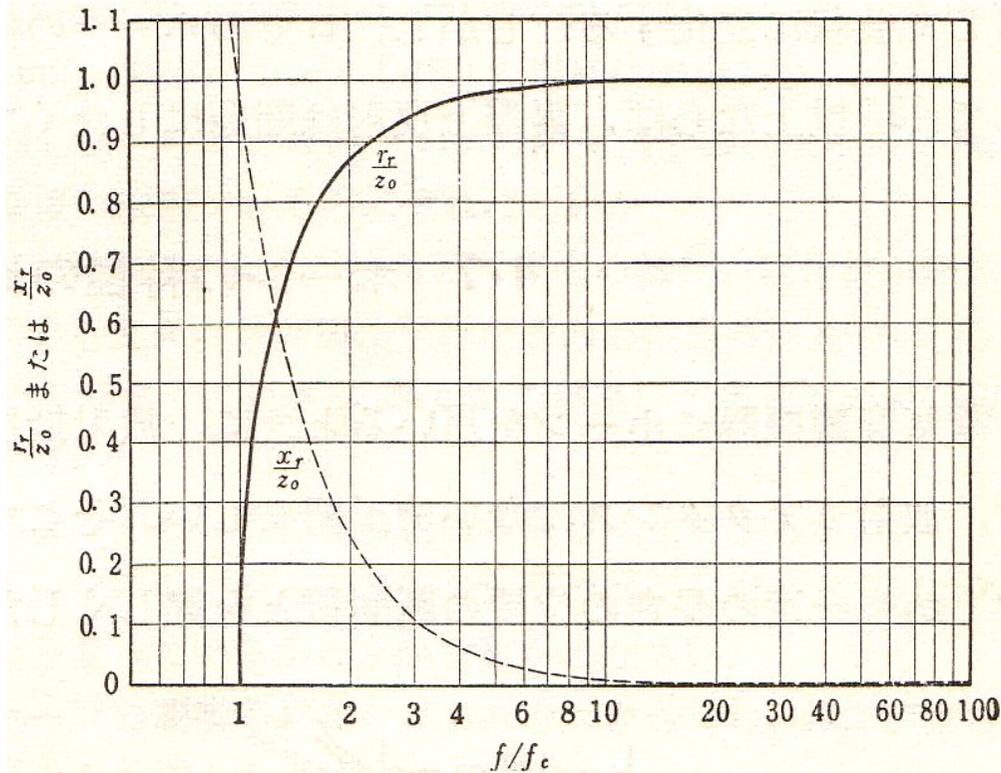
$$\phi = \phi_+ \exp(\zeta_+ x) + \phi_- \exp(\zeta_- x)$$

$$\text{ここで } \zeta_{\pm} = -a \mp j\sqrt{\beta^2 - a^2}$$

開口での開き角が 45° 以上の時、開口での反射少

実効的な機械インピーダンス Z_m

$$Z_r = \frac{pS_0}{v_0} = \frac{\rho \dot{\phi} S_0}{-\partial \phi / \partial x} = z_0 S_0 \left[\sqrt{1 - (\omega / \omega_c)^2} + j(\omega / \omega_c) \right]$$

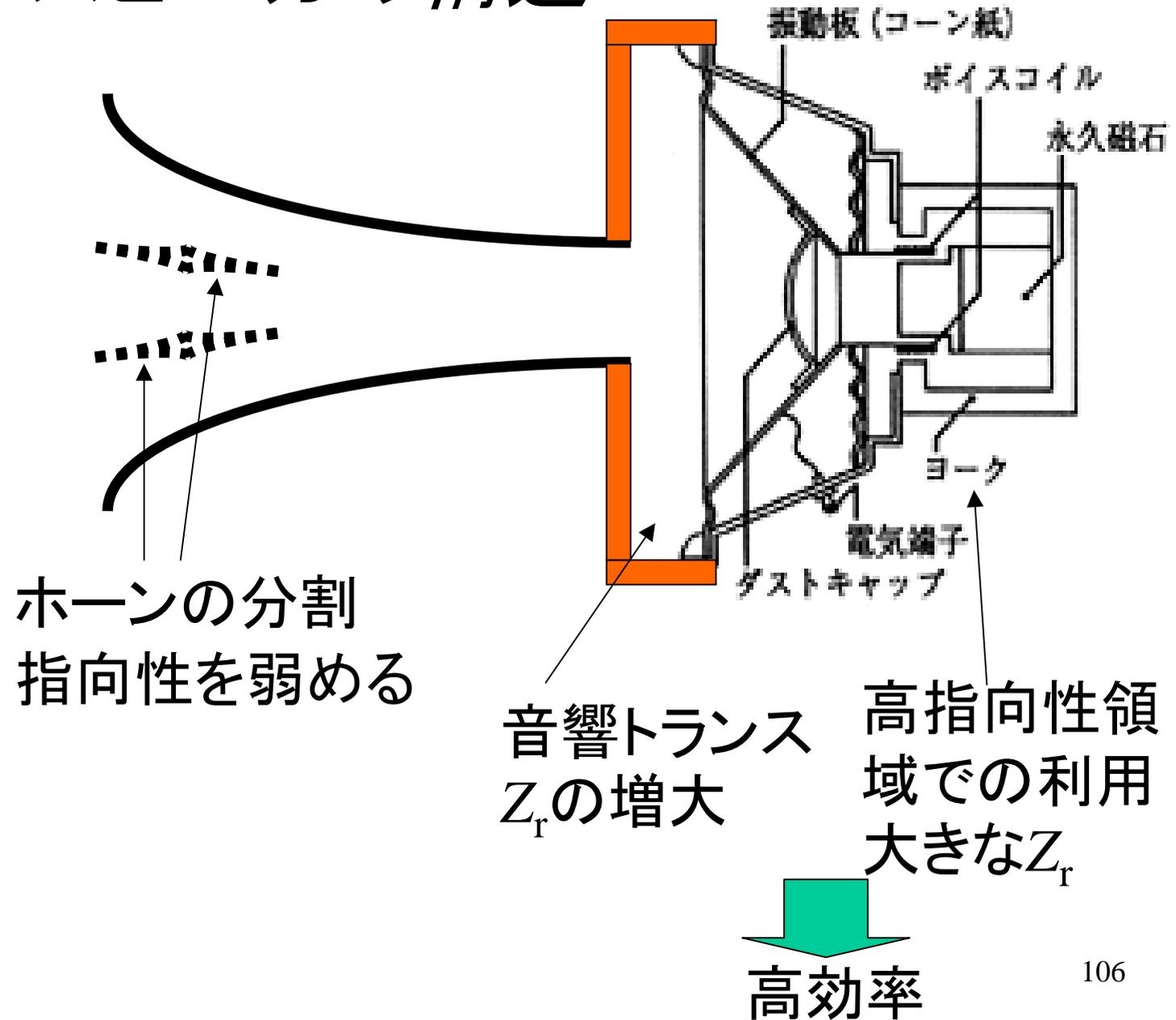


遮断周波数 $\omega_c = aV$ の存在

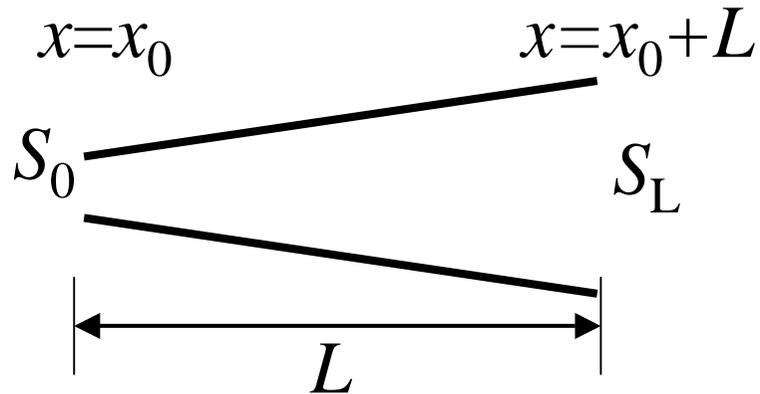
遮断周波数以上で Z_r ほぼ一定

図 4.11 エクスポネンシャル・ホーンの放射インピーダンス密度の周波数特性。実線は放射抵抗密度 r_r 、点線は放射リアクタンス密度 x_r 、横軸は周波数 f とし、遮断周波数 f_c との比をとってある。

ホーンスピーカの構造



ストレートホーン



$$S = S_0 (x / x_0)^2$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + 2x^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \beta^2 \phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 (x\phi)}{\partial x^2} + \beta^2 (x\phi) = 0$$

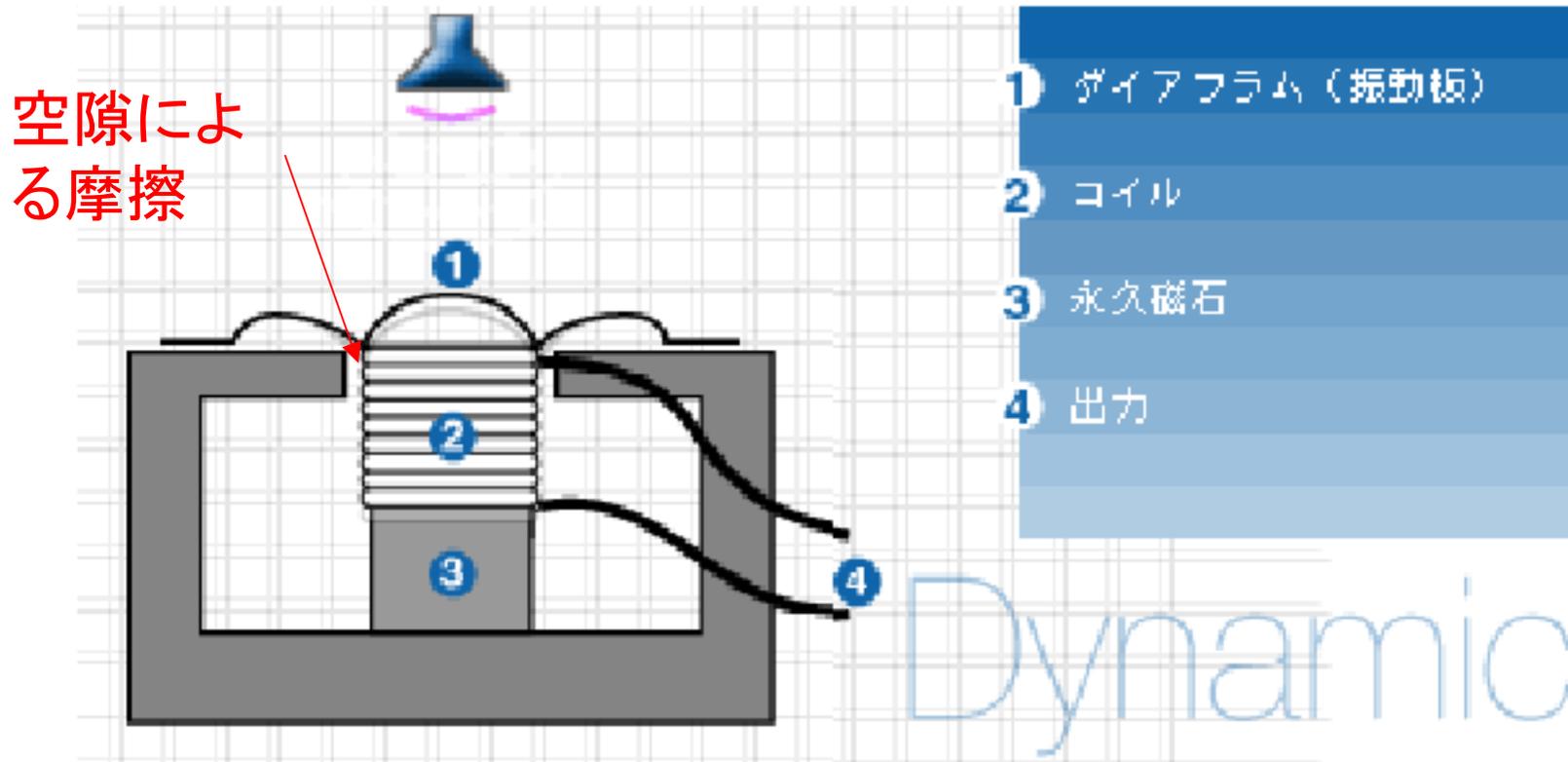
一般解

$$\phi = x^{-1} [\phi_+ \exp(-j\beta x) + \cancel{\phi_- \exp(+j\beta x)}]$$

$$Z_r = \frac{pS}{v} = \frac{\rho \dot{\phi} S}{-\partial \phi / \partial x} = z_0 S \frac{j\beta x}{1 + j\beta x}$$

電磁(ダイナミック)マイクロホンの構造

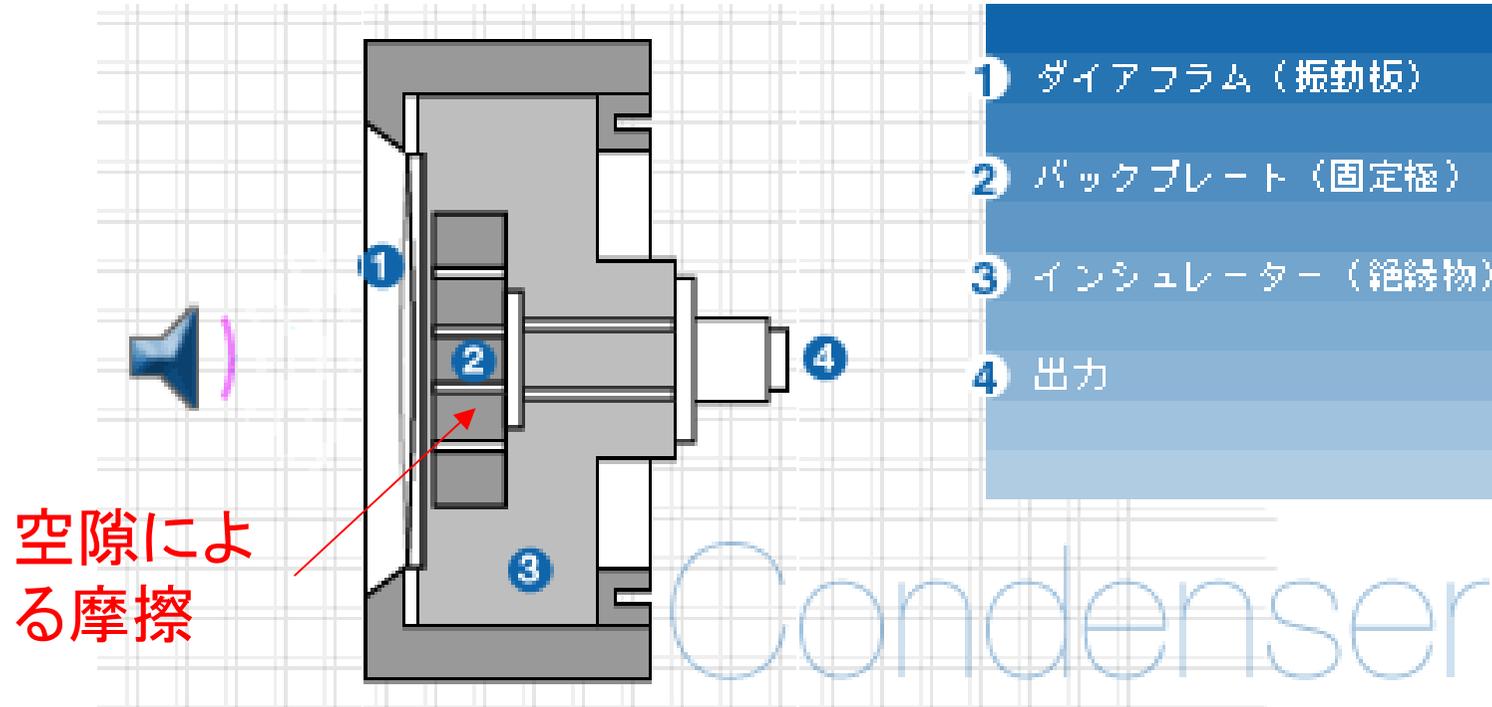
音圧による振動板の運動を検出



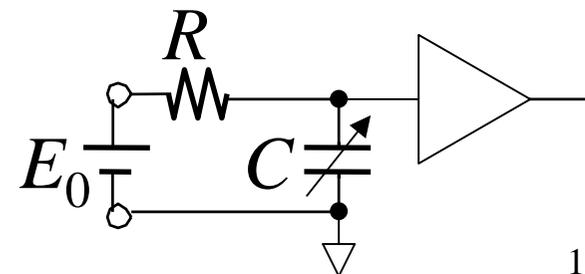
周波数特性良、機械的に頑丈、出力インピーダンス低⇒昇圧トランスの付加

コンデンサマイクロホンの構造

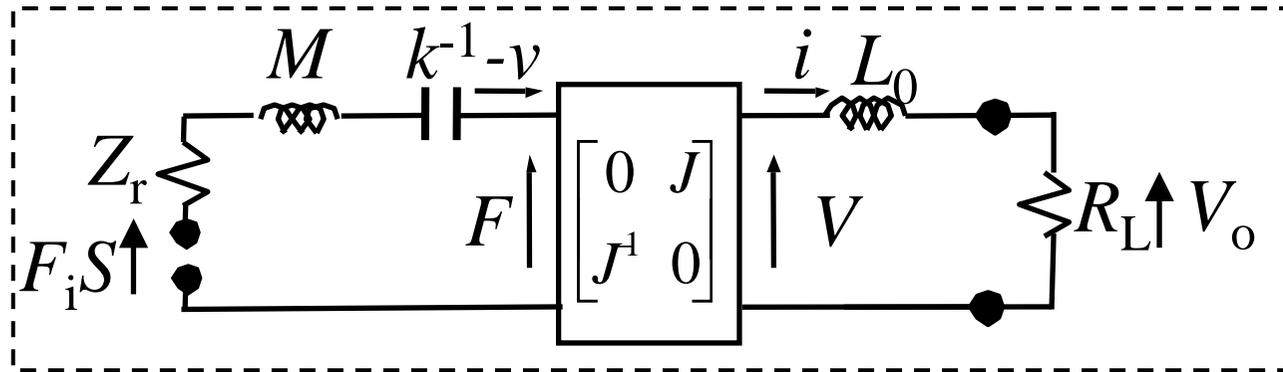
音圧による容量変化を検出



周波数特性秀、機械的に弱、
DC電源要、高インピーダンス
= 前段増幅器要



ダイナミックマイクの等価回路



M : ボイスコイルと振動板の質量

k : ばね定数

Z_r : 放射 + 空隙の機械インピーダンス

L_0 : ボイスコイルのインダクタンス

R_L : 負荷抵抗

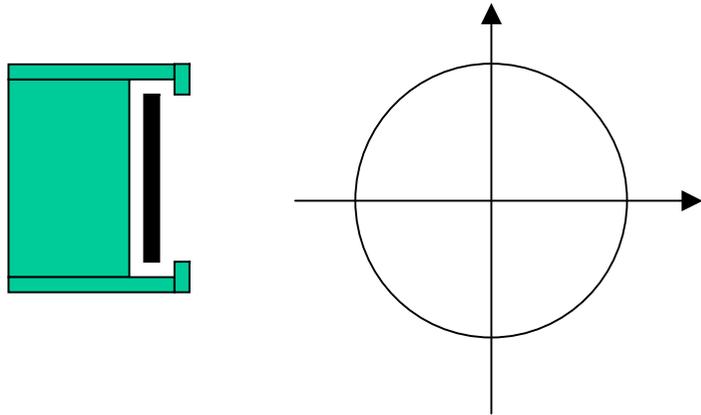
J : $(Bl)^{-1}$

F_i : 音圧

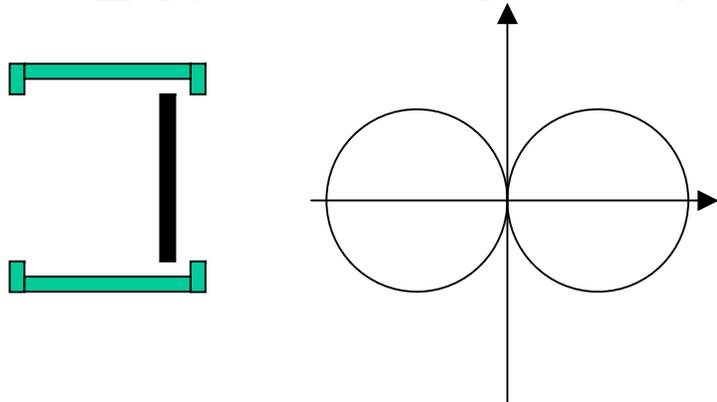
S : 振動板面積

$$V_o = \frac{F_i S (Bl) R_L / (j\omega L_0 + R_L)}{Z_r + j\omega M + k / j\omega + (Bl)^2 / (j\omega L_0 + R_L)} \cong \frac{F_i S (Bl)}{Z_r}$$

単一マイクロホンは無指向性



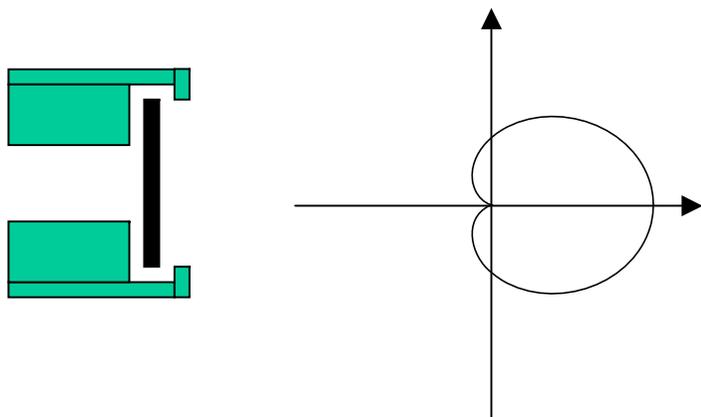
裏を抜くと双指向性



周波数依存性有 ⇒
回路などで補償

$$\phi = A - A \exp(-j\beta d \cos \theta) \cong jA\beta d \cos \theta$$

裏を適切に抜くと単一指向性



周波数依存性有 \Rightarrow
回路などで補償

$$\phi = A - B \exp(-j\beta d \cos\theta) \cong (A - B) + j\beta d B \cos\theta$$

$$B/A = (1 + j\beta d)^{-1} \text{ の時 } \Rightarrow \phi \cong A \frac{j\beta d}{1 + j\beta d} [1 + \cos\theta]$$